

Спектры переизлучения и эффекты интерференции при взаимодействии многоатомных мишеней с ультракороткими импульсами электромагнитного поля

В. И. Матвеев¹⁾, Д. У. Матрасулов

Северный (Арктический) федеральный университет им. Ломоносова, 163002 Архангельск, Россия

Поступила в редакцию 24 сентября 2012 г.

Рассмотрены процессы переизлучения ультракоротких импульсов электромагнитного поля линейными цепочками, составленными из изолированных многоэлектронных атомов. Развита методика позволяет произвести точный учет пространственной неоднородности поля ультракороткого импульса и импульсов фотонов в процессах переизлучения. Получены угловые распределения спектров переизлучения для произвольного числа атомов в цепочке. Показано, что процессы интерференции амплитуд излучения фотона приводят к появлению характерных “дифракционных” максимумов. Результаты допускают стандартное обобщение на случаи перерассеяния на двумерных (графеноподобных) и трехмерных решетках, а также на случай учета тепловых колебаний атомов решеток.

1. Введение. Обычно явление дифракции рентгеновских лучей на различного рода периодических структурах описывается как рассеяние плоских волн бесконечной длительности по времени [1]. Процессы же рассеяния ультракоротких импульсов электромагнитного поля на такого рода структурах до настоящего времени исследованы мало. Вместе с тем подобные процессы могут дополнить рентгеноструктурный анализ возможностями спектроскопии с высоким временным разрешением, связанной в том числе с аттосекундной спектроскопией и аттосекундной метрологией. Обычно аттосекундная физика [2–4] использует в качестве мишеней сравнительно простые объекты. Подобное расширение спектра объектов исследования представляется необходимым и лежащим в русле [5] развития физики ультракоротких процессов. Рост интереса к физике ультракоротких импульсов связан не только с современными тенденциями к созданию более мощных лазеров и генерации ультракоротких импульсов, но и с прогрессом в технике ускорителей тяжелых ионов, поскольку поля, создаваемые релятивистскими и ультрарелятивистскими заряженными частицами, близки по своим свойствам к полю световой волны. Например, в экспериментах [6] поле иона урана U^{92+} с энергией 1 ГэВ/нуклон интерпретировалось как сверхинтенсивный импульс ($I > 10^{19}$ Вт/см²) длительностью $\tau \sim 10^{-18}$ с. Процессам переизлучения ультракоротких импульсов посвящено сравнительно небольшое количество работ (см., например, [7] и приведенные там ссылки). В работе [8] в рамках классичес-

кого описания рассмотрено рассеяние ультракороткого импульса на атоме. В статьях [7, 9] в рамках квантовомеханического подхода, основанного на теории возмущений, развито описание рассеяния ультракороткого электромагнитного импульса на многоэлектронном атоме с учетом возбуждения мишени и недипольности электромагнитного взаимодействия. Получены спектры рассеянного излучения для различных длительностей ультракороткого импульса. Такой подход в принципе применим и для случая импульсов аттосекундной и меньшей длительности. Вместе с тем в случаях такой длительности импульсов возможен точный учет поля ультракороткого импульса в рамках теории внезапных возмущений. Это позволяет проще описать процессы перерассеяния [10] и распространить теорию на случаи простейших молекул [11, 12]. Ниже нами считается, что длительность ультракоротких импульсов τ значительно меньше характерного атомного времени τ_a , т.е. $\tau \ll \tau_a$.

В настоящей работе на основе подхода [10] рассмотрены процессы переизлучения ультракоротких импульсов электромагнитного поля линейными цепочками, составленными из изолированных многоэлектронных атомов. Развита методика позволяет произвести точный учет как пространственной неоднородности поля ультракороткого импульса, так и импульсов фотонов в процессах переизлучения. При этом поле ультракороткого импульса учитывается точно в рамках приближения внезапных возмущений. Кроме того, учитываются все возможные возбуждения электронов мишени. Процесс излучения фотона описывается по теории возмущений. Нами

¹⁾ e-mail: mezon98@mail.ru

получены угловые распределения спектров переизлучения для произвольного числа атомов в цепочке. Показано, что процессы интерференции амплитуд излучения фотона приводят к появлению характерных “дифракционных” максимумов, которые становятся бесконечно узкими при стремлении к бесконечности числа атомов в цепочке. Отмечено, что предлагаемое рассмотрение переизлучения пространственно неоднородного импульса на линейной цепочке стандартным образом обобщается на случаи плоских (графеноподобных) и трехмерных решеток, а также на случай учета тепловых колебаний атомов решеток.

Отметим, что речь здесь идет об излучении одного фотона всеми атомами цепочки за время действия внезапного возмущения. После действия внезапного возмущения возбужденные атомы цепочки могут релаксировать с излучением фотонов, принадлежащих известным спектрам изолированных атомов. Однако если внезапное возмущение вызывает изменение скоростей атомных электронов, то и во время действия возмущения атомы могут излучать [10]. Классическим аналогом задачи в такой постановке является случай спектра излучения свободного электрона при внезапном изменении скорости [13]. Известным примером такого излучения атомных электронов при столкновениях быстрых тяжелых заряженных частиц с атомами является поляризационное тормозное излучение [14]. В этом случае происходит переизлучение атомом импульса электромагнитного поля, действовавшего на атомные электроны со стороны пролетающей быстрой тяжелой заряженной частицы.

2. Общая часть. Рассмотрим атом, взаимодействующий с импульсом электромагнитного поля гауссовой формы (здесь и далее используются атомные единицы):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} e^{-\alpha^2(t - \mathbf{n}_0 \mathbf{r}/c)^2} \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}), \quad (1)$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – напряженность электрического поля, \mathbf{E}_0 – его амплитуда, $\mathbf{k}_0 = (\omega_0/c)\mathbf{n}_0$, \mathbf{n}_0 – единичный вектор, направленный вдоль распространения импульса, \mathbf{r} – координаты точки наблюдения, c – скорость света, а длительность импульса $\tau \sim 1/\alpha$. Отметим, что $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \rightarrow \mathbf{E}_0 \delta(t - \mathbf{n}_0 \mathbf{r}/c)$ при $\alpha \rightarrow \infty$. Согласно [10] взаимодействие атомных электронов с импульсом электромагнитного поля можно записать в виде

$$V(t) \equiv V(\{\mathbf{r}_e\}, t) = \sum_{e=1}^{e=N_e} \mathbf{E}(\mathbf{r}_e, t) \mathbf{r}_e, \quad (2)$$

где $\{\mathbf{r}_e\}$ – совокупность координат атомных электронов ($e = 1, \dots, N_e$), N_e – число атомных электронов.

Пусть α в (1) такое, что $V(t)$ эффективно отличается от нуля только в течение времени $\tau \sim \alpha^{-1}$, много меньшего характерных периодов невозмущенного атома, описываемого гамильтонианом H_0 . Тогда амплитуда перехода атома из начального состояния φ_0 в какое-либо конечное состояние φ_n в результате действия внезапного возмущения $V(t)$ будет иметь вид [15]

$$a_{0n} = \left\langle \varphi_n \left| \exp \left[-i \int_{-\infty}^{+\infty} V(t) dt \right] \right| \varphi_0 \right\rangle, \quad (3)$$

где φ_0 и φ_n принадлежат полной ортонормированной системе собственных функций невозмущенного гамильтониана H_0 . Возмущение (2) записано нами для атома, ядро которого расположено в начале системы координат. Если сместить атом на расстояние \mathbf{d} от начала системы координат, то взаимодействие (2) примет вид

$$\begin{aligned} V(t) &= \sum_{e=1}^{e=N_e} \mathbf{E}(\mathbf{r}_e + \mathbf{d}, t) (\mathbf{r}_e + \mathbf{d}) = \\ &= \sum_{e=1}^{e=N_e} \mathbf{E}(\mathbf{r}_e + \mathbf{d}, t) \mathbf{r}_e + \mathbf{E}(\mathbf{r}_e + \mathbf{d}, t) \mathbf{d}, \end{aligned} \quad (4)$$

где все \mathbf{r}_e по-прежнему отсчитываются от ядра атома. Используя явный вид (1) для $\mathbf{E}(\mathbf{r}_e + \mathbf{d}, t)$ нетрудно убедиться в том, что интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} dt$ от второго слагаемого в правой части формулы (4) не зависит от координат атомных электронов. Поэтому согласно (3) второе слагаемое не вносит вклад в амплитуду перехода a_{0n} . Таким образом, для атома, расположенного на расстоянии \mathbf{d} от начала системы координат, при использовании приближения внезапных возмущений можно без потери общности представить $V(t)$ в виде

$$V(t) \equiv V(\mathbf{r}_e, t) = \sum_{e=1}^{e=N_e} \mathbf{E}(\mathbf{r}_e + \mathbf{d}, t) \mathbf{r}_e. \quad (5)$$

Пусть N невзаимодействующих одинаковых атомов расположено на одной прямой линии на равных расстояниях друг от друга, так что первый атом находится в начале системы координат, а каждый последующий смещен относительно предыдущего на расстояние \mathbf{d} вдоль прямой линии. Обозначим через $\mathbf{r}_{a,e}$ координаты электрона, принадлежащего атому с номером a . Координаты $\mathbf{r}_{a,e}$ отсчитываются от ядра атома с номером a ($a = 1, 2, \dots, N$). Тогда $\mathbf{R}_{a,e} = (a-1)\mathbf{d} + \mathbf{r}_{a,e}$ – координаты электрона атома a относительно начала системы координат. Потенциал взаимодействия равен

$$V(t) = \sum_{a=1}^N \sum_{e=1}^{N_e} \mathbf{E}[\mathbf{r}_{a,e} + (a-1)\mathbf{d}, t] \mathbf{r}_{a,e}. \quad (6)$$

Отметим, что этот потенциал может считаться действующим внезапно при условии внезапности действия на какой-либо атом цепочки, $\tau \sim 1/\alpha \ll \tau_a$, и условия краткости взаимодействия $V(t)$ со всей цепочкой (длиною $L = N|\mathbf{d}|$) по сравнению с характерным атомным временем τ_a :

$$\begin{aligned} \tau &\sim 1/\alpha \ll \tau_a \sim 1, \\ N\mathbf{d}n_0/c &\ll \tau_a \sim 1. \end{aligned} \quad (7)$$

Каждый атом считается находящимся в основном состоянии $\varphi_0(\{\mathbf{r}_{a,e}\})$, где $\{\mathbf{r}_{a,e}\}$ – совокупность координат электронов, принадлежащих атому с номером a . Тогда волновая функция всех NN_e электронов вышеописанной цепочки из N невзаимодействующих одинаковых атомов равна

$$\Phi_0 = \varphi_0(\{\mathbf{r}_{1,e}\})\varphi_0(\{\mathbf{r}_{2,e}\}) \times \dots \times \varphi_0(\{\mathbf{r}_{N,e}\}). \quad (8)$$

В приближении внезапных возмущений эволюция начального состояния Φ_0 (8) имеет вид [10]

$$\Phi_0(t) = \exp \left[-i \int_{-\infty}^t V(t') dt' \right] \Phi_0, \quad (9)$$

причем $\Phi_0(t) \rightarrow \Phi_0$ при $t \rightarrow -\infty$. Волновую функцию произвольного возбужденного состояния отдельного атома (имеющего номер a в цепочке) будем обозначать как $\varphi_{na}(\{\mathbf{r}_{a,e}\})$. Тогда волновая функция произвольных возбужденных состояний всех NN_e электронов вышеописанной цепочки из N невзаимодействующих одинаковых атомов равна

$$\Phi_n = \varphi_{n1}(\{\mathbf{r}_{1,e}\})\varphi_{n2}(\{\mathbf{r}_{2,e}\}) \times \dots \times \varphi_{nN}(\{\mathbf{r}_{N,e}\}), \quad (10)$$

где $n = (n1, n2, \dots, nN)$ – совокупность квантовых чисел для электронных состояний всех атомов цепочки. Введем полную ортонормированную систему функций:

$$\Phi_n(t) = \exp \left[i \int_t^{+\infty} V(t') dt' \right] \Phi_n, \quad (11)$$

где $\Phi_n(t) \rightarrow \Phi_n$ при $t \rightarrow +\infty$. Очевидно, что приближенно амплитуду перехода из состояния Φ_0 в состояние Φ_n в результате действия внезапного возмущения (6) можно записать в виде (ср. с (3))

$$\begin{aligned} a_{0n} &= \left\langle \Phi_n \left| \exp \left[i \int_{-\infty}^{+\infty} V(t') dt' \right] \right| \Phi_0 \right\rangle = \\ &= \langle \Phi_n(t) | \Phi_0(t) \rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

Нас интересует переизлучение ультракороткого импульса в течение времени его взаимодействия с вышеописанной цепочкой из N атомов. Поэтому, следуя [10], мы будем вычислять амплитуду излучения фотона как поправку к состояниям (9) и (11) в первом порядке теории возмущений по взаимодействию атомных электронов с электромагнитным полем (внезапное возмущение $V(t)$ учтено в функциях $\Phi_n(t)$ и $\Phi_0(t)$ без ограничений на величину $V(t)$):

$$U = - \sum_{a=1}^N \sum_{e=1}^{N_e} \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \left(\frac{2\pi}{\omega} \right)^{1/2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{a,e}} \hat{\mathbf{p}}_{a,e}, \quad (13)$$

где $a_{\mathbf{k}\sigma}^+$ – операторы рождения фотона с частотой ω , импульсом \mathbf{k} и поляризацией σ ($\sigma = 1, 2$), $\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma}$ – единичные векторы поляризации, $\mathbf{R}_{a,e} = (a-1)\mathbf{d} + \mathbf{r}_{a,e}$ – координаты электронов атома a относительно начала системы координат, $\hat{\mathbf{p}}_{a,e} = \partial/\partial\mathbf{r}_{a,e}$ – операторы импульса атомных электронов. Тогда амплитуда испускания фотона с одновременным переходом атомов цепочки из состояния Φ_0 в состояние Φ_n имеет вид

$$\begin{aligned} b_{0n}(\omega) &= i \left(\frac{2\pi}{\omega} \right)^{1/2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i\omega t} \times \\ &\times \langle \Phi_n(t) | \sum_{a,e} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{a,e}} \hat{\mathbf{p}}_{a,e} | \Phi_0(t) \rangle. \end{aligned} \quad (14)$$

Отсюда после интегрирования по частям по времени и опускания членов, исчезающих при выключении взаимодействия с электромагнитным полем (при $t \rightarrow \pm\infty$), получаем

$$\begin{aligned} b_{0n}(\omega) &= - \left(\frac{2\pi}{\omega} \right)^{1/2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{e^{i\omega t}}{i\omega} \times \\ &\langle \Phi_n | \sum_{a,e} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{a,e}} \frac{\partial V(t)}{\partial \mathbf{r}_{a,e}} \exp \left[-i \int_{-\infty}^{+\infty} V(t') dt' \right] | \Phi_0 \rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Подчеркнем, что речь здесь идет об излучении одного фотона всеми электронами атомов цепочки за время действия внезапного возмущения $V(t)$. Далее нам необходимо найти спектр излучения фотона в телесный угол $d\Omega_{\mathbf{k}}$, описанный вдоль направления импульса фотона \mathbf{k} . Представим элемент интегрирования по импульсу фотона в виде

$$(2\pi)^{-3} d^3\mathbf{k} = (c \cdot 2\pi)^{-3} d\Omega_{\mathbf{k}} \omega^2 d\omega$$

и выполним суммирование $|b_{0n}(\omega)|^2$ по поляризациям. В результате получим соответствующий спектр испускания фотона в единицу телесного угла $d\Omega_{\mathbf{k}}$ с

одновременным переходом атомов цепочки из состояния Φ_0 в состояние Φ_n , который после суммирования по всем n принимает вид

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3\omega} \langle \Phi_0 | \sum_{a,e} \sum_{b,m} e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{R}_{a,e} - \mathbf{R}_{b,m})} \times \left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_{a,e}} \mathbf{n} \right] \left[\frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_{b,m}} \mathbf{n} \right] | \Phi_0 \rangle. \quad (16)$$

Таким образом, во многом следуя выкладкам, приведенным в п. 3 статьи [10], мы получили полный (просуммированный по поляризациям фотона и по всем возможным конечным состояниям электронов атомов цепочки) спектр излучения фотона в единицу телесного угла $d\Omega_{\mathbf{k}}$ в течение времени действия внезапного возмущения $V(t)$. В формуле (16) $\mathbf{R}_{a,e} = (a-1)\mathbf{d} + \mathbf{r}_{a,e}$ – координаты электрона, принадлежащего атому с номером a , относительно начала системы координат, $\mathbf{R}_{b,e} = (b-1)\mathbf{d} + \mathbf{r}_{b,e}$ – координаты электрона атома b относительно начала системы координат, $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$ – единичный вектор направления вылета фотона, $\tilde{V}(\omega)$ – фурье-образ функции $V(t)$, представленной формулой (6), поэтому

$$\tilde{V}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} V(t) e^{i\omega t} dt = f_0(\omega) \sum_{a,e} (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_{a,e}) \times \exp \left\{ i \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 [(a-1)\mathbf{d} + \mathbf{r}_{a,e}] \right\}, \quad (17)$$

где

$$f_0(\omega) = \frac{1}{2} \left\{ \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\alpha^2} \right] + \exp \left[-\frac{(\omega + \omega_0)^2}{4\alpha^2} \right] \right\}, \quad (18)$$

а векторное произведение равно

$$\left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_{a,e}} \mathbf{n} \right] = f_0(\omega) \exp \left\{ i \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 [(a-1)\mathbf{d} + \mathbf{r}_{a,e}] \right\} \times \left\{ [\mathbf{E}_0 \mathbf{n}] + i \frac{\omega}{\omega_0} (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_{a,e}) [\mathbf{k}_0 \mathbf{n}] \right\}. \quad (19)$$

Теперь нетрудно записать полный спектр излучения фотона в единицу телесного угла $d\Omega_{\mathbf{k}}$ в течение времени действия внезапного возмущения $V(t)$:

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \Phi_0 | \sum_{a,e} \sum_{b,m} e^{-i\mathbf{p}(\mathbf{a}-\mathbf{b})} \times e^{-i\mathbf{p}(\mathbf{r}_{a,e} - \mathbf{r}_{b,m})} \left\{ [\mathbf{E}_0 \mathbf{n}]^2 + i \frac{\omega}{\omega_0} ([\mathbf{E}_0 \mathbf{n}] [\mathbf{k}_0 \mathbf{n}]) \times \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_{a,e} - \mathbf{r}_{b,m}) + (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_{a,e})(\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_{b,m}) \frac{\omega^2}{\omega_0^2} [\mathbf{k}_0 \mathbf{n}]^2 \right\} | \Phi_0 \rangle. \quad (20)$$

Возможные упрощения этой формулы связаны с тем, что входящие в нее средние по основному состоянию Φ_0 имеют вид $\langle \Phi_0 | \sum_{e,m} f(\mathbf{r}_{a,e}, \mathbf{r}_{b,m}) | \Phi_0 \rangle$ и, очевидно, не зависят от номеров атомов a и b . Выделим в формуле (20) суммирование с $a = b$. Обозначим эту часть как $d^2W_1/(d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega)$, сумму же с $a \neq b$ обозначим как $d^2W_2/(d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega)$. Теперь представим спектр (20) в виде

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{d^2W_1}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} + \frac{d^2W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega}. \quad (21)$$

Как мы увидим ниже, спектр $d^2W_1/(d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega)$ соответствует некогерентным (пропорциональным N) процессам перерасеяния. Интерференционный же спектр $d^2W_2/(d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega)$ ответственен за появление характерных “дифракционных” максимумов.

Рассмотрим в качестве примера линейную цепочку из N не взаимодействующих атомов гелия. Основное состояние одного атома гелия будем описывать волновой функцией $\varphi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$. Тогда в формуле (20) волновая функция Φ_0 электронов цепочки из N атомов гелия будет равна

$$\Phi_0 = \varphi_0(\mathbf{r}_{1,1}, \mathbf{r}_{1,2}) \varphi_0(\mathbf{r}_{2,1}, \mathbf{r}_{2,2}) \times \dots \times \varphi_0(\mathbf{r}_{N,1}, \mathbf{r}_{N,2}).$$

Если каждую двухэлектронную волновую функцию основного состояния атома гелия φ_0 описывать как произведение двух водородоподобных волновых функций $1s$ -состояний с эффективным зарядом $Z = 2 - 5/16$, то в (20) среднее по Φ_0 легко вычисляется. В результате имеем

$$\frac{d^2W_1}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3 \omega} N [N_e G(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0) + N_e(N_e - 1) F(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0)], \quad (22)$$

$$\frac{d^2W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3 \omega} N_e^2 F(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0) g_N(\mathbf{p}\mathbf{d}). \quad (23)$$

Здесь

$$G(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0) = [\mathbf{E}_0 \mathbf{n}]^2 + \frac{\omega^2}{c^2 Z^2} E_0^2 [\mathbf{n}_0 \mathbf{n}]^2, \quad (24)$$

$$F(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0) = \left\{ \frac{16}{[4 + (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)^2 \omega^2 / (cZ)^2]} \right\}^2 \times \\ \times \left\{ [\mathbf{E}_0 \mathbf{n}] - \frac{\omega^2}{c^2 Z^2} [\mathbf{n}_0 \mathbf{n}] \frac{4[\mathbf{E}_0(\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)]}{4 + (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)^2 \omega^2 / (cZ)^2} \right\}^2, \quad (25)$$

$$g_N(\mathbf{p}\mathbf{d}) = \sum_{a,b(a \neq b)} e^{\mathbf{p}\mathbf{d}(a-b)} = \frac{\sin^2(\mathbf{p}\mathbf{d}N/2)}{\sin^2(\mathbf{p}\mathbf{d}/2)} - N, \quad (26)$$

$$\mathbf{p}\mathbf{d} = \frac{\omega}{c} (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0) \mathbf{d}, \quad (27)$$

где \mathbf{n} – единичный вектор вдоль направления вылета фотона частоты ω , \mathbf{n}_0 – единичный вектор вдоль направления падающего ультракороткого импульса, $c = 137$ ат.ед. – скорость света, \mathbf{d} – вектор, направленный вдоль цепочки атомов, такой, что $|\mathbf{d}|$ – расстояние между двумя ближайшими атомами, входящими в состав цепочки. Суммируя (22) и (23), получаем полный спектр:

$$\frac{d^2 W}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \left\{ NN_e [G(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0) - F(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0)] + N_e^2 F(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0) \frac{\sin^2(\mathbf{p}\mathbf{d}N/2)}{\sin^2(\mathbf{p}\mathbf{d}/2)} \right\}. \quad (28)$$

Отметим, что в (22), (23) и (28) для удобства мы сохранили обозначение N_e для числа атомных электронов (для атома гелия $N_e = 2$). В таких обозначениях при $Z = 1$ и $N_e = 1$ эти формулы описывают соответствующие спектры излучения цепочки, составленной из невзаимодействующих друг с другом атомов водорода. Число же N атомов в цепочке произвольно. В частности, при $N = 1$ и $N_e = 1$ формула (28) описывает спектр переизлучения одного атома водорода, а при $N = 1$ и $N_e = 2$ – спектр переизлучения одного атома гелия (ср. с [10]).

Напомним, что при произвольных $N > 1$ необходимо следить за выполнением условий внезапности (7).

В формуле (28) для полного спектра последнее слагаемое в правой части в малых окрестностях вблизи нулей знаменателя ведет себя как N^2 и при $N \gg 1$ демонстрирует стандартное поведение угловых распределений для волновых процессов на дифракционных решетках. Согласно (24) и (25) частота испущенного фотона ω входит в функции $G(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0)$ и $F(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0)$, только в виде комбинации $\omega^2 / (cZ)^2$. Рассмотрим поведение спектра (28) в области малых частот, когда $\omega^2 / (cZ)^2 \ll 1$. При таких ω формула (28) значительно упрощается, поскольку в этом случае $G(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0) = F(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0) = [\mathbf{E}_0 \mathbf{n}]^2$, и принимает вид

$$\frac{d^2 W}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3 \omega} N_e^2 [\mathbf{E}_0 \mathbf{n}]^2 \frac{\sin^2(\mathbf{p}\mathbf{d}N/2)}{\sin^2(\mathbf{p}\mathbf{d}/2)}. \quad (29)$$

Вклад интерференционных эффектов удобно характеризовать отношением, имеющим в области малых частот вид

$$\frac{d^2 W / d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega}{d^2 W_1 / d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{N} \frac{\sin^2(\mathbf{p}\mathbf{d}N/2)}{\sin^2(\mathbf{p}\mathbf{d}/2)}. \quad (30)$$

В этой формуле, как и в формуле (28), число атомов N в принципе может быть любым. Нули знаменателя в (30) соответствуют максимальным значениям в угловых распределениях. При $N \gg 1$ в малых окрестностях нулей знаменателя, таких, что $\mathbf{p}\mathbf{d}/2 = \pi n + \epsilon$ (где n – целое число, а ϵ мало), справедливо предельное выражение [13]:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \frac{\sin^2(\mathbf{p}\mathbf{d}N/2)}{\sin^2(\mathbf{p}\mathbf{d}/2)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \frac{\sin^2(\epsilon N)}{\epsilon^2} = \pi \delta(\epsilon). \quad (31)$$

Вернемся к формуле (28) для полного спектра. Последнее слагаемое в этой формуле вблизи нулей знаменателя ведет себя как $(N_e N)^2$ и соответствует когерентному излучению фотона всеми электронами цепочки. С ростом ω доля когерентного излучения уменьшается. Действительно, при $\omega^2 / (cZ)^2 \rightarrow \infty$ (точнее, при $\omega^2 / (cZ)^2 \gg NN_e$) когерентная часть спектра мала по сравнению с некогерентной частью, описываемой первым (пропорциональным NN_e) слагаемым в формуле (28).

Таким образом, нами получены полные (просуммированные по всем возможным конечным состояниям электронов атомов цепочки) спектры переизлучения ультракоротких импульсов электромагнитного поля в зависимости от углов наблюдения и ориентации мишеней. Конечно, после прохождения ультракороткого импульса через мишень атомы, входящие в состав мишени, могут остаться в возбужденных состояниях и релаксировать путем испускания фотонов, что соответствует так называемому спонтанному излучению. Очевидно, что в этом случае интерференционные эффекты, характерные лишь для спектров переизлучения (28), будут отсутствовать. Более подробное рассмотрение угловых распределений по формуле (28) мало что прибавляет к исследуемому нами эффекту интерференции. Форма (28) записи выражения для спектра представляется удобной.

Она может служить основой для качественного описания и оценок зависимости спектра переизлучения пространственно-неоднородного импульса от числа атомов и количества атомных электронов для атомов с произвольным числом электронов ($N_e > 2$).

Как можно убедиться из (20), характер зависимости полного спектра от N и N_e остается таким же, как и в (28). Изменяются лишь функции $G(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0)$ и $F(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0)$, вычисляемые как среднее по основному состоянию каких-либо отдельных атомов из числа одинаковых атомов, входящих в состав цепочки.

В заключение подчеркнем, что наше рассмотрение переизлучения пространственно-неоднородного импульса на линейной цепочке стандартным образом (ср., например, с [1]) обобщается на случаи плоских (графеноподобных) и трехмерных решеток, а также на случай учета колебаний атомов решеток.

1. J. M. Cowley, *Diffraction Physics*, North-Holland, Amsterdam, 1975.
2. P. Agostini, *Rep. Prog. Phys.* **67**, 813 (2004).
3. P. V. Corkit and F. Krausz, *Nature Phys.* **3**, 381 (2007).
4. F. Krausz and M. Ivanov, *Rev. Mod. Phys.* **81**, 163 (2009).
5. А. М. Желтиков, *УФН* **181**, 33 (2011) [A. M. Zheltikov, *Phys. Usp.* **54**, 29 (2011)].
6. R. Moshhammer, W. Schmitt, J. Ullrich et al., *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3621 (1997).
7. В. А. Астапенко, *ЖЭТФ* **139**, 228 (2011) [V. A. Astapenko, *JETP* **112**(2), 193 (2011)].
8. P. A. Golovinkii and E. M. Mikhailov, *Laser Phys. Lett.* **3**, 259, (2006).
9. V. A. Astapenko, *Phys. Lett. A* **374**, 1585 (2010).
10. В. И. Матвеев, *ЖЭТФ*, **124**, 1023 (2003) [V. I. Matveev, *JETP* **97**(5), 915 (2003)].
11. М. К. Есеев, В. И. Матвеев, В. М. Юлкова, *Опт. и спектр.* **111**, 360 (2011) [M. K. Eseev, V. I. Matveev, and V. M. Yulkova, *Optics and Spectroscopy* **111**(3), 330 (2011)].
12. М. К. Есеев, В. И. Матвеев, В. М. Юлкова, *ЖТФ* **82**, 130 (2012).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, М.: Наука, 1988, 512 с. [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Course of Theoretical Physics*, v. 2: *The Classical Theory of Fields*, Pergamon, Oxford, 1975].
14. М. Я. Амусья, *Тормозное излучение*, М.: Энергоатомиздат, 1990, 210 с.
15. А. М. Дыхне, Г. Л. Юдин, *УФН* **125**, 377 (1978) [A. M. Dykhne and G. L. Yudin, *Sov. Phys.-Usp.* **21**, 549 (1978)].