

УДК 539.1

*В.И. МАТВЕЕВ, Е.С. ГУСАРЕВИЧ***ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СТРУКТУРНЫХ ТЯЖЁЛЫХ ИОНОВ С АТОМАМИ**

Развита непертурбативная теория потерь энергии при столкновениях движущихся с релятивистскими скоростями структурных высокозарядных тяжёлых ионов с атомами. Под структурными ионами в рамках данной работы понимаются ионы, содержащие частично заполненные электронные оболочки. Именно такие ионы, как правило, имеющие значительный заряд (например, полностью или частично ободранные ионы урана), и используются во многих современных экспериментах на ускорителях тяжёлых ионов.

Известно, что неупругие процессы, сопровождающие столкновения релятивистских ионов достаточно больших зарядов с атомами, не могут быть описаны [1, 2] в рамках теории возмущений даже при сколь угодно больших энергиях столкновения. В качестве непертурбативных подходов приведём работы [3–7], использующие приближение внезапных возмущений, работы [8–10] в приближении эйконала и его модификаций, расчёты [11] на основе численного решения временного уравнения Дирака, а также недавно найденное точное решение [12, 13] уравнения Дирака в ультрарелятивистском пределе. Непертурбативный подход, основанный на обобщении приближения Глаубера на случаи неупругих столкновений релятивистских ионов с атомами, предложен в работах [14, 15]. Учёт конечного размера ядра голого иона в рамках этого подхода проделан в [16]. Последовательная непертурбативная теория потерь энергии релятивистских голых тяжёлых ионов на свободных электронах развита в работе [17]. Однако при движении быстрого иона в среде в результате процессов перезарядки и потерь электронов устанавливается некоторый равновесный заряд иона, меньший заряда голого иона. При расчётах торможения поле экранированного иона обычно описывается как поле точечного заряда, хотя в принципе ясно, что при столкновениях с малыми параметрами удара или большими переданными импульсами ион ведет себя как голый неэкранированный заряд, при столкновениях же с большими параметрами удара или малыми переданными импульсами ион ведет себя как экранированный заряд. Другими словами, представляется необходимым [18] рассматривать тормозящийся ион не как точечную частицу, а как протяжённую структурную частицу размером порядка размера электронных оболочек, на которых расположены электроны при установившемся равновесном заряде иона. Подобные эффекты рассматривались в работе [5] в рамках теории возмущений, область применимости которой требует выполнения неравенства $Z/v \ll 1$, где Z – заряд налетающей частицы; v – относительная скорость столкновения (здесь и далее используются атомные единицы $\hbar = m_e = e = 1$). Для последовательного же учёта наличия электронной "шубы" тяжёлого релятивистского иона необходимо непертурбативное рассмотрение. Тем более, что в последнее время выполнены эксперименты, где исследованы потери энергии ионов настолько больших зарядов, что для них область применимости борновского приближения, строго говоря, не достигается [1] даже при $v \approx c$ (c – скорость света), так что часто оказывается $Z/v \sim 1$ (см., например, [17, 19, 20] и указанные там ссылки).

В настоящей работе развита непертурбативная теория потерь энергии при столкновениях, движущихся с релятивистскими скоростями структурных высокозарядных тяжёлых ионов с атомами. Получена простая формула для эффективного торможения.

Для простоты рассмотрим сначала столкновение релятивистского многозарядного иона с атомом водорода. Согласно [8], весь интервал $0 < b < \infty$ возможных значений параметра удара b можно разбить на три области:

$$\text{A) } 0 < b < b_1; \text{ B) } b_1 < b < b_0; \text{ C) } b_0 < b < \infty, \quad (1)$$

соответствующие малым, средним и большим параметрам удара. Значения границ областей следующие:

$$b_1 \approx 1, \quad b_0 \approx v\gamma; \quad \gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}; \quad \beta = v/c.$$

Вычислим эффективное торможение κ в каждой из областей (1) и получим полное эффективное торможение, сложив вклады от трёх областей. При этом точные значения границ для нас несущественны, поскольку зависимость κ в каждой области от параметров b_1 и b_0 оказыва-

ется логарифмической, что приводит к корректной сшивке вкладов смежных областей и выпадению в окончательном ответе зависимости κ от параметров сшивки b_1 и b_0 .

А) Область малых параметров удара: $0 < b < b_1$

При столкновениях с малыми параметрами удара или большими переданными импульсами можно считать [21] атомные электроны свободными и покоящимися до рассеяния, а ион описывать как голый незранированный заряд Z . Это позволяет воспользоваться результатом [17]. Причем согласно численным расчетам до $\gamma \sim 10$ и зарядов иона ≤ 92 потери энергии можно представить в часто используемом виде

$$\kappa(b < b_1) = \frac{4\pi Z^2}{\hat{\gamma}^2} \left(L^{\text{pert}} + \Delta L_{\text{Bloch}} + \Delta L_{\text{Mott}} \right), \quad (2)$$

где

$$L^{\text{pert}} = \ln(b_1 \gamma \hat{\gamma} \eta) - \frac{1}{2} \beta^2, \quad (3)$$

а поправки Блоха [22] ΔL_{Bloch} и Мотта [23] ΔL_{Mott} эффективно отличаются от нуля [17] лишь при малых параметрах удара.

В) Промежуточная область: $b_1 < b < b_0$

Ограничимся рассмотрением столкновений с нерелятивистскими атомами. Тем не менее наше описание будет носить общий характер и результаты останутся справедливыми и для столкновений с тяжёлыми атомами по той причине, что основной вклад в ионизационные потери на тяжёлых атомах вносят электроны внешних оболочек, поскольку именно на них расположено подавляющее число атомных электронов, и они являются нерелятивистскими. Следуя [5, 24], будем считать, что ядро налетающего иона имеет заряд Z , а его N_i электронов распределены вокруг ядра с плотностью

$$\rho(r) = -\frac{N_i}{4\pi\lambda^3} \frac{\lambda}{r} e^{-r/\lambda},$$

где λ – параметр экранирования, равный

$$\lambda = g \frac{v^{2/3}}{1-v/7} \frac{1}{Z^{1/3}}; \quad g = 0,3(3\pi^2/50)\Gamma(1/3) \approx 0.48,$$

где мы ввели относительное число электронов иона $v = N_i/Z$. Кулоновское взаимодействие иона, расположенного в точке \mathbf{R} , с атомным электроном, расположенным в точке \mathbf{r} , имеет вид

$$U(\mathbf{R}; \mathbf{r}) = -\frac{Z(1-v)}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|} - \frac{Zv}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|} \exp\left(-\frac{1}{\lambda}|\mathbf{r}-\mathbf{R}|\right).$$

Обычно координаты иона и электрона записывают, вводя прицельный параметр \mathbf{b} и s -проекцию координат атомного электрона \mathbf{r} на плоскость параметра удара: $\mathbf{R} = (X, \mathbf{b})$, $\mathbf{r} = (x, s)$. Сечение перехода атома водорода из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ в результате столкновения с релятивистским ионом в приближении эйконала имеет вид [8]

$$\sigma_n = \int d^2b \left| \left\langle n \left| 1 - \exp\left\{-\frac{i}{v} \int dX U(\mathbf{R}; \mathbf{r})\right\} \right| 0 \right\rangle \right|^2. \quad (4)$$

Нетрудно убедиться [3], что в области $b_1 < b < b_0$ параметров удара атомный электрон получает в результате столкновения импульс $\ll c$ и может считаться до и после столкновения нерелятивистским. Именно это позволяет использовать для сечений формулу (4) с потенциалом в виде статического кулоновского. Стандартный прием [6] при вычислении эйкональной фазы для кулоновского потенциала состоит в следующем: $U(\mathbf{R}; \mathbf{r}) = U((X, \mathbf{b}); (x, s))$ заменяют на $U'((X, \mathbf{b}); (x, s)) = U((X, \mathbf{b}); (x, s)) - U((X, \mathbf{b}); (x, 0))$ и интеграл от U' по dX записывают, опуская штрих. В результате интегрирования

$$-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} U dX = -2i \frac{Z^*}{v} \ln \frac{|\mathbf{b}-s|}{b} + 2iv \frac{Z}{v} \left[K_0\left(|\mathbf{b}-s| \frac{1}{\lambda}\right) - K_0\left(\frac{b}{\lambda}\right) \right], \quad (5)$$

где $Z^* = Z(1-v)$; $K_0(x)$ и $K_1(x)$ – функции Макдональда. Специфика столкновений ионов больших зарядов с атомами состоит в том, что сечения неупругих процессов, как правило, довольно ве-

лики и существенно превышают атомные размеры. Имея в виду это обстоятельство, будем считать, что $s/b \ll 1$, тогда (5) можно переписать так:

$$-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} U dX = iqs,$$

где вектор

$$\mathbf{q} = \frac{2Z^*}{vb} \left[1 + \frac{v}{1-v} \frac{b}{\lambda} K_1 \left(\frac{b}{\lambda} \right) \right] \frac{\mathbf{b}}{b}, \quad (6)$$

очевидно, имеет смысл импульса, передаваемого атомному электрону при его столкновении с ионом при значении параметра удара \mathbf{b} . Причем предельные значения \mathbf{q} имеют прозрачный физический смысл: при $\mathbf{b} \rightarrow \infty$ $\mathbf{q} \rightarrow 2Z(1-v)\mathbf{b}/(vb^2)$, что соответствует рассеянию на экранированном ионе заряда $Z(1-v)$; при $\mathbf{b} \rightarrow 0$ $\mathbf{q} \rightarrow 2Z\mathbf{b}/(vb^2)$, что соответствует рассеянию на голом ионе заряда Z . Таким образом, сечение неупругого процесса представляется в виде

$$\sigma_n = \int d^2b |\langle n | \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) | 0 \rangle|^2 = \int d^2b |f_{0n}|^2,$$

где обобщенный неупругий формфактор $f_{0n} = \langle n | \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) | 0 \rangle$. Эффективное торможение

$$\kappa = \sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) \int d^2b |f_{0n}|^2, \quad (7)$$

где $f = \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r})$. Следуя [25], легко получить, что

$$\sum_n (\varepsilon_n - \varepsilon_0) |f_{0n}|^2 = \frac{1}{2} (\nabla f \cdot \nabla f^+)_{00} = \frac{1}{2} q^2. \quad (8)$$

Поэтому полное эффективное торможение в области ($b_1 < b < b_0$) представляется так:

$$\kappa(b_1 < b < b_0) = \frac{1}{2} \int_{b_1}^{b_0} q^2 2\pi b db = 4\pi \frac{Z^2 (1-v)^2}{v^2} [I_1 + I_2 + I_3] \quad (9)$$

где при выполнении условий $b_1/\lambda \ll 1$, $b_0/\lambda \gg 1$

$$I_1 = \int_{b_1}^{b_0} \frac{db}{b} = \ln \frac{b_0}{b_1}, \quad I_2 = \frac{2v}{(1-v)} \ln \frac{2\lambda}{\eta b_1}, \quad I_3 = \frac{v^2}{(1-v)^2} \ln \frac{2\lambda}{\eta b_1}.$$

Подставляя эти значения в формулу (9), находим вклад в эффективное торможение от области промежуточных значений параметра удара:

$$\kappa(b_1 < b < b_0) = 4\pi \frac{Z^2 (1-v)^2}{v^2} \ln b_0 + 4\pi \frac{Z^2}{v^2} \ln \left[\frac{1}{b_1} \left(\frac{2\lambda}{\eta} \right)^{v(2-v)} \right]. \quad (10)$$

С) Область больших параметров удара: $b_0 < b < \infty$

Здесь взаимодействие налетающего иона с атомом может быть учтено по теории возмущений. Причём для больших параметров удара на атом действует поле экранированного иона, т.е. видимый заряд иона равен $Z^* = Z(1-v)$. Соответствующее эффективное торможение равно [8]

$$\kappa(b > b_0) = 4\pi \frac{(Z^*)^2}{v^2} \left\{ \ln \frac{2v}{\eta I b_0 \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right\} \quad (11)$$

где $\eta = \exp B = 1.781$ ($B = 0.5772$ – постоянная Эйлера), и, следуя [21], мы ввели "среднюю" атомную энергию I .

Полное торможение получаем, суммируя вклады от трех областей:

$$\kappa = \kappa(b < b_1) + \kappa(b_1 < b < b_0) + \kappa(b > b_0).$$

В результате

$$\kappa = \frac{4\pi Z^2 (1-v)^2}{v^2} \left(\ln \frac{2v}{\eta I \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right) +$$

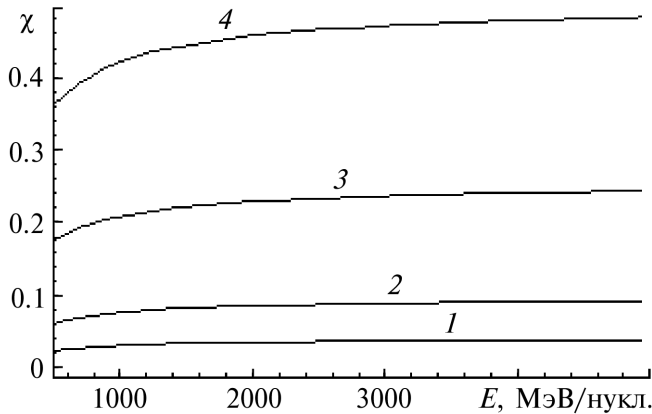
$$+ \frac{4\pi Z^2}{v^2} \left(\ln \frac{v\eta}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} + \ln \left[\left(\frac{2\lambda}{\eta} \right)^{v(2-v)} \right] + \Delta L_{\text{Bloch}} + \Delta L_{\text{Mott}} \right). \quad (12)$$

Обобщение этой формулы на случаи столкновений релятивистских структурных тяжелых ионов со сложными атомами проводится стандартным [25] путем: правая часть формулы умножается на число атомных электронов N , а соответствующая атомная характеристика I в (11) вычисляется для сложного атома.

Приведём для сравнения эффективное торможение [26] точечного ядра заряда Z^* :

$$\kappa_{\text{point}} = 4\pi \frac{(Z^*)^2}{v^2} \left(\ln \frac{2v^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 + \Delta L_{\text{Bloch}} + \Delta L_{\text{Mott}} \right). \quad (13)$$

Для описания поправки за счёт протяжённости заряда иона введём относительную поправку $\chi = (\kappa - \kappa_{\text{point}}) / \kappa_{\text{point}}$. Поведение относительной поправки χ представлено на **рис.1**.



Поэтому могут быть сделаны следующие выводы. Учёт протяжённости заряда иона приводит к возрастанию эффективного торможения иона к по сравнению с торможением

Рис.1. Относительная поправка χ в зависимости от энергии падающего иона E для заряда ядра иона $Z = 92$ с различным числом экранирующих электронов $N_i = 5$ (1), 10 (2), 20 (3) и 30 (4)

κ_{point} точечного ядра того же заряда Z^* . Причём порядок роста потерь энергии может быть оценен как $(\kappa - \kappa_{\text{point}}) / \kappa_{\text{point}} \sim v$, где $v = N_i / Z$ – относительное число электронов на оболочках иона. Так, например, ион урана с 10 электронами в связанных состояниях испытывает торможение примерно на 10% большее, чем движущееся с той же энергией голое точечное ядро того же заряда и массы.

Авторы благодарят Министерство образования Российской Федерации и Российский фонд фундаментальных исследований за финансовую поддержку работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Eichler J. and Meyrhof W. E. Relativistic atomic collisions.– N.Y.: Academic Press Inc., 1995.
2. Eichler J. // Phys. Rep.– 1990.– V.193.– P.167.
3. Матвеев В.И., Мусаханов М.М. // ЖЭТФ.– 1994.– Т.105.– С.280.
4. Юдин Г.Л. // ЖЭТФ.– 1981.– Т.80.– С.1026.
5. Юдин Г.Л. // ЖТФ.– 1985.– Т.55.– С.9.
6. Eichler J. // Phys. Rev. A.– 1977.– V.15.– P.1856.
7. Salop A., Eichler J. H. // J. Phys. B.– 1979.– V.12.– P.257.
8. Матвеев В.И., Толманов С.Г. // ЖЭТФ.– 1995.– Т.107.– С.1780.
9. Crothers D.S.F., McCann S.H. // J. Phys. B.– 1983.– V.16.– P.3229.
10. McGuire J. H. // Phys. Rev. A.– 1982.– V.26.– P.143.
11. Becker U., Grun N., Scheid W., Soff G. // Phys. Rev. Lett.– 1986.– V.56.– P.2016.
12. Baltz A. J. // Phys. Rev. Lett.– 1997.– V.78.– P.1231.
13. Baltz A. J. // Phys. Rev. A.– 2000.– V.61.– P.42701.
14. Матвеев В.И., Рахимов Х.Ю. // ЖЭТФ.– 1998.– Т.114.– С.1646.
15. Matveev V. I., Rakhimov Kh. Yu., Matrasulov D. U. // J. Phys. B.– 1999.– V.32.– P.3849.
16. Matveev V. I., Matrasulov D. U. // J. Phys. B.– 2000.– V.33.– P.2721.
17. Lindhard J., Sorensen A. // Phys. Rev. A.– 1996.– V.53.– P.2443.
18. Weick H., Geissel H., Scheidenberger C. // Nucl. Instr. Meth.– 2000.– V.B164/165.– P.168.
19. Scheidenberger C., Geissel H., Stohlker Th., et al. // Nucl. Instr. Meth.– 1994.– V.B90.– P.36.
20. Scheidenberger C., Geissel H., Mikelsen H.H., et al. // Phys. Rev. Lett.– 1996.– V.77.– P.3987.
21. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика.– М.: Наука, 1989.
22. Bloch F. // Ann. der Phys.– 1933.– V.16.– P.285.
23. Mott N. F. // Proc. Roy. Soc.– 1929.– V.A124.– P.425.
24. Brandt W., Kitagawa M. // Phys.Rev.– 1982.– V.B52.– P.5631.
25. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика.– М.: Наука, 1989.
26. Ahlen S. P. // Rev. Mod. Phys.– 1980.– V.52.– P.121.