

СЕЧЕНИЯ НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СТРУКТУРНЫХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ С АТОМАМИ

В. И. Матвеев, Е. С. Гусаревич*

*Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова
163006, Архангельск, Россия*

*Архангельский государственный технический университет
163002, Архангельск, Россия*

Поступила в редакцию 17 сентября 2002 г.

Развит непertурбативный метод расчета сечений неупругих процессов при столкновениях движущихся с релятивистскими скоростями структурных высокозарядных тяжелых ионов с атомами. Под структурными ионами понимаются частично ободранные ионы, состоящие из ядра иона и некоторого количества связанных электронов, частично компенсирующих заряд ядра и образующих электронную «шубу» иона. Рассчитаны сечения однократной ионизации атома водорода, однократной и двойной ионизации атома гелия. Показано, что учет протяженности заряда иона может приводить к заметным изменениям соответствующих сечений по сравнению с ионизацией точечными ионами тех же зарядов и энергий.

PACS: 34.10.+x, 34.90.+q

1. ВВЕДЕНИЕ

Во многих экспериментах, проводимых на ускорителях тяжелых ионов, используются частично ободранные ионы высоких зарядов и энергий (см., например, [1–7] и приведенные там ссылки). Расчетные методики, как правило, описывают такие экранированные ионы как точечные заряды. Теоретическим же исследованиям процессов возбуждения или ионизации атомов мишени частично ободранными ионами, которые описываются как протяженные и имеющие электронную структуру заряды, посвящено сравнительно небольшое число работ. Тогда как представляется необходимым рассматривать налетающий ион не как точечную частицу, а как протяженную структурную частицу, имеющую размер порядка размера электронных оболочек иона. Сильное поле многозарядного иона не позволяет использовать теорию возмущений. Поэтому, как правило, расчеты сечений ионизации проводились (см., например, [8, 9]) в рамках широко распространенно-

го метода классических траекторий. Квантовомеханическое непertурбативное рассмотрение на основе приближения внезапных возмущений было проведено в работах [10, 11]. При этом удалось получить лишь зависимости вероятности ионизации в ограниченной области параметров удара. Для расчета полного сечения ионизации пришлось вводить полуэмпирическую процедуру «перенормировки» борновского приближения. В работах [12, 13], выполненных в приближении эйконала, рассчитаны лишь потери энергии при столкновениях релятивистских структурных тяжелых ионов с атомами. Отдельное направление представляют собой интенсивно исследуемые в настоящее время экспериментально и теоретически (см., например, [14–16]) процессы потери электронов, принадлежащих бомбардирующим ионам.

В настоящей работе на основе приближения эйконала и метода сшивки, предложенного в работах [17–19], развит непertурбативный метод расчетов сечений ионизации и возбуждения атомов мишени частично ободранными релятивистскими высокозарядными ионами, описываемыми как протяженные заряды. В качестве примера рассчитаны се-

*E-mail: matveev.victor@pomorsu.ru

чения однократной ионизации атома водорода, однократной и двойной ионизации атома гелия. Показано, что учет протяженности заряда иона может приводить к заметным изменениям соответствующих сечений по сравнению с сечениями, рассчитанными для ионизации точечными ионами тех же зарядов и энергий.

2. МЕТОД РАСЧЕТА

Согласно [17, 18], сечение перехода покоящегося в начале системы координат нерелятивистского (до и после столкновения) N -электронного атома из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ при столкновении с движущимся со скоростью v релятивистским ионом в малоугловом эйкональном приближении имеет вид (здесь и везде ниже используются атомные единицы)

$$\sigma_n = \int d^2b \left| \langle n | 1 - \exp \left\{ -\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{\infty} U(X, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) dX \right\} | 0 \rangle \right|^2. \quad (1)$$

Рассеивающий кулоновский потенциал $U = U(X, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\})$ есть функция не только координат иона $\mathbf{R} = (X, \mathbf{b})$, но и положений атомных электронов, совокупность координат которых обозначена как $\{\mathbf{r}_a\}$; $a = 1, \dots, N$. Кулоновское взаимодействие частично экранированного иона, содержащего N_i электронов на своих оболочках и находящегося в точке \mathbf{R} , с атомными электронами, расположенными в точках \mathbf{r}_a , следуя [11, 20–22], запишем в виде

$$U(\mathbf{R}; \{\mathbf{r}_a\}) = - \sum_a \left\{ \frac{Z(1-\nu)}{|\mathbf{r}_a - \mathbf{R}|} + \frac{Z\nu}{|\mathbf{r}_a - \mathbf{R}|} \exp \left(-\frac{1}{\lambda} |\mathbf{r}_a - \mathbf{R}| \right) \right\}, \quad (2)$$

где λ — параметр экранирования (эффективный размер иона), равный

$$\lambda = g \frac{\nu^{2/3}}{1-\nu/7} \frac{1}{Z^{1/3}},$$

$$g = 0.3 \frac{3\pi^2}{50} \Gamma \left(\frac{1}{3} \right) \approx 0.48.$$

Здесь мы ввели относительное число электронов иона, $\nu = N_i/Z$. Специфика столкновений ионов больших зарядов с атомами состоит в том, что сечения неупругих процессов, как правило, довольно

велики и существенно превышают атомные размеры. Имея в виду это обстоятельство, будем считать, что $r_a/R \ll 1$, тогда интеграл в (1) можно переписать как

$$-\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{\infty} U dX = i\mathbf{q} \cdot \sum_a \mathbf{r}_a, \quad (3)$$

где

$$\mathbf{q} = \frac{2Z^*}{vb} \left[1 + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{b}{\lambda} K_1 \left(\frac{b}{\lambda} \right) \right] \frac{\mathbf{b}}{b}. \quad (4)$$

В результате (1) примет вид

$$\sigma_n = \int d^2b \left| \langle n | \exp \left\{ i\mathbf{q} \cdot \sum_a \mathbf{r}_a \right\} | 0 \rangle \right|^2. \quad (5)$$

Очевидно, вектор \mathbf{q} имеет смысл импульса, передаваемого атомным электронам при столкновении с ионом при значении параметра удара \mathbf{b} , $Z^* = Z(1-\nu)$ — видимый заряд частично ободранного иона, $K_1(x)$ — функция Макдональда. Предельные значения \mathbf{q} имеют прозрачный физический смысл: $\mathbf{q} \rightarrow 2Z(1-\nu)\mathbf{b}/vb^2$ при $b \rightarrow \infty$, что соответствует рассеянию на экранированном ионе заряда $Z(1-\nu)$; $\mathbf{q} \rightarrow 2Z\mathbf{b}/vb^2$ при $b \rightarrow 0$, что соответствует рассеянию на голом ионе заряда Z .

Рассмотрим сначала столкновение релятивистского структурного многозарядного иона с атомом водорода. Следуя [17, 18], для расчетов сечений неупругих процессов воспользуемся методом шивки, который позволяет получить формулы для сечений в аналитическом виде. Для этого разобьем весь интервал $0 < b < \infty$ возможных значений параметра удара b на две области, соответствующие малым и большим параметрам удара:

$$A) 0 < b < b_0, \quad B) b_0 < b < \infty,$$

где $b_0 \sim v\gamma$,

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}, \quad (6)$$

c — скорость света. В области A малых параметров удара сильное поле высокозарядного иона не может быть учтено по теории возмущений, поэтому будем вычислять сечение по формуле (5). В области B больших прицельных параметров поле, создаваемое ионом, можно считать слабым, описывать ион как точечный заряд Z^* и для расчета σ_n применять теорию возмущений. Вычислив σ_n в каждой из областей (6) и сложив их, получим результирующее сечение. При этом знание точного значения границы

между областями для нас несущественно, поскольку зависимость σ_n от параметра b_0 в любой области оказывается логарифмической. Это приводит к корректной шшивке вкладов смежных областей, и в окончательном ответе σ_n не зависит от параметра шшивки b_0 . В результате сечение ионизации атома водорода можно представить в виде (ср. [18])

$$\sigma_i = 8\pi \frac{Z^{*2}}{v^2} \lambda_i \left(\ln \frac{2\alpha_i v^2 \gamma}{\eta Z^* \omega_i} - \frac{\beta^2}{2} \right), \quad (7)$$

где $\eta = \exp B = 1.781$, $B = 0.5772$ — постоянная Эйлера, $\omega_i = 0.711$ — так называемая [18] «средняя» энергия ионизации, $\lambda_i = 0.283$, а коэффициенты α_i рассчитываются по формуле

$$\alpha_i = \lim_{b_0 \rightarrow \infty} \frac{Z^*}{vb_0} \exp \left\{ \frac{1}{\lambda_i} \frac{v^2}{8\pi Z^{*2}} \int_0^{b_0} 2\pi b db \times \right. \\ \left. \times \int d\mathbf{k} |\langle \mathbf{k} | \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) | 0 \rangle|^2 \right\}. \quad (8)$$

Полученная формула (7) по внешнему виду не отличается от соответствующей формулы, приведенной в работе [18], для сечения ионизации точечным зарядом Z^* . Однако, в отличие от случая точечного заряда, когда $\alpha_i = 3.264$ является [18] не зависящим от заряда и скорости иона числом, в случае протяженного заряда в силу определения переданного импульса по формуле (4) α_i оказывается функцией, зависящей от скорости иона v и относительного числа электронов ν в «шубе» иона. На рис. 1 приведены сечения ионизации атома водорода частично ободранными ионами U^{6+} (с числом электронов на оболочках иона $N_i = 86$, соответствующим видимому заряду иона $Z^* = 6$), рассчитанные по формуле (7). Несмотря на частое использование в столкновительных экспериментах частично ободранных ионов, в литературе отсутствуют экспериментальные данные по сечениям ионизации атомов структурными тяжелыми релятивистскими ионами в необходимых для нас областях энергий и зарядов ионов, в которых существенны поправки за счет протяженности заряда иона. Однако, поскольку поправки за счет протяженности заряда иона описываются нами относительно сечений ионизации точечными частицами, мы сочли необходимым привести (на рис. 1–3) для иллюстрации экспериментальные данные по сечениям ионизации атомов частично ободранными ионами в областях энергий и зарядов, при которых по нашей методике расчета сечения ионизации протяженными и точечными ионами близки.

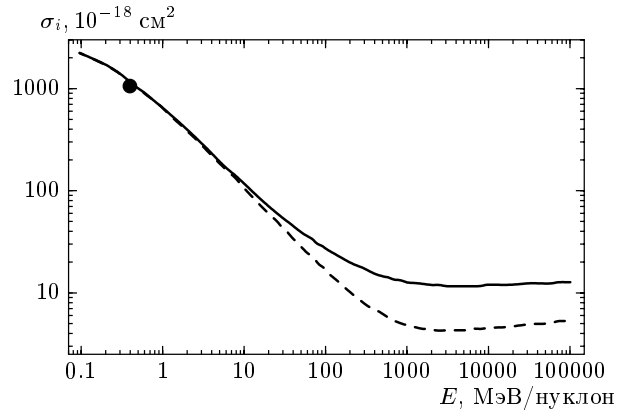


Рис. 1. Зависимость сечения ионизации атома водорода частично ободранными ионами U^{6+} от энергии иона. Сплошная линия — расчетное сечение для протяженного иона, штриховая — сечение ионизации точечным ионом для тех же значений энергии (на нуклон) и заряда, точка — эксперимент [5] (для столкновений $C^{6+} + H$)

Рассмотрим теперь двойную ионизацию атома гелия. Согласно [17, 18], для расчетов соответствующего сечения нет необходимости применять метод шшивки. Поэтому сечение двойной ионизации может быть получено непосредственно из формулы (5), в которой интегрирование распространено на всю плоскость параметра удара, и имеет вид

$$\sigma^{2+} = \iiint |\langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 | \times \exp\{i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)\} | 0, 0 \rangle|^2 d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d^2b. \quad (9)$$

Здесь $|0, 0\rangle$ — волновая функция основного состояния атома гелия, $|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle$ — волновая функция атома гелия с двумя электронами в континууме с соответствующими импульсами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_2 , при интегрировании по которым в (9) необходимо следить, чтобы конечные состояния не учитывались дважды. При расчетах волновые функции представлялись в виде симметризованных произведений водородоподобных одноэлектронных волновых функций с одинаковым значением эффективного заряда ядра атома гелия $Z_a = 1.97$ (согласно [18], такое значение эффективного заряда приводит к хорошему согласию с экспериментальными данными для двойной ионизации атома гелия ударом голого релятивистского иона). Результаты расчетов представлены на рис. 2.

Сечение однократной ионизации атома гелия, соответствующее попаданию одного из электронов в любое состояние континуума, а другого — в любое из состояний дискретного спектра (либо в любое из

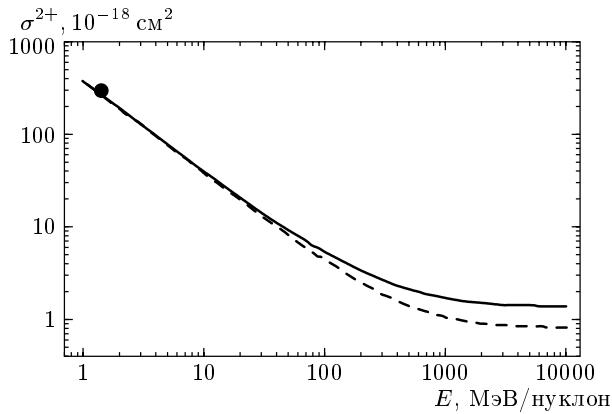


Рис. 2. Зависимость сечения двойной ионизации атома гелия частично ободранными ионами Fe^{15+} от энергии иона. Сплошная линия — расчетное сечение для протяженного иона, штриховая — сечение двойной ионизации точечным ионом для тех же значений энергии и заряда, точка — эксперимент [6] (для столкновений $\text{Fe}^{15+} + \text{He}$)

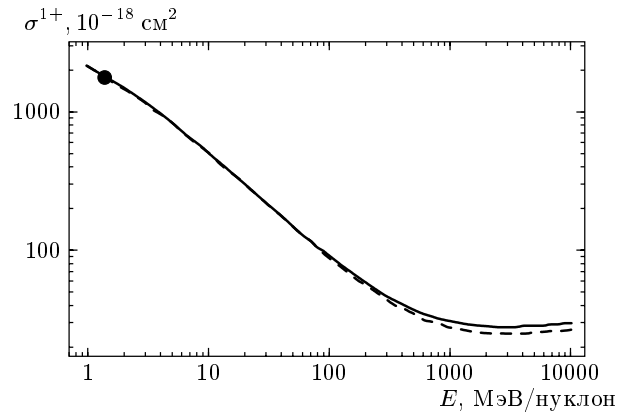


Рис. 3. Сечение однократной ионизации атома гелия частично ободранными ионами U^{15+} в зависимости от энергии иона. Сплошная линия — расчетное сечение для протяженного иона, штриховая — сечение ионизации точечным ионом для тех же значений энергии и заряда, точка — эксперимент [6] (для столкновений $\text{Fe}^{15+} + \text{He}$)

состояний полного набора дискретного и непрерывного спектров, но в таком случае необходимо отнять вклад, соответствующий нахождению двух электронов в состояниях двухэлектронного континуума, т. е. в состояниях двойной ионизации), равно (ср. [18])

$$\sigma^{1+} = 16\pi \frac{Z^{*2}}{Z_a^2 v^2} \lambda_i \left(\ln \frac{2\alpha_i v^2 \gamma}{\eta Z_a Z^* \omega_i} - \frac{\beta^2}{2} \right) - 2\sigma^{2+}. \quad (10)$$

Здесь $Z_a = 1.37$ — эффективный заряд ядра атома гелия для одноэлектронной ионизации (согласно [18], такое значение эффективного заряда приводит к хорошему согласию с экспериментальными данными). По формуле (10) мы провели расчеты зависимости сечения однократной ионизации атома гелия при столкновениях с ионами железа Fe^{15+} от энергии иона, результаты качественно повторяют ранее приведенное поведение сечения ионизации атома водорода. Однако соответствующие поправки оказались малы из-за значительной величины сечения однократной ионизации (см. таблицу). Поэтому мы провели расчеты сечения однократной ионизации атома гелия при столкновениях с ионами урана U^{15+} с тем же видимым зарядом иона $Z^* = +15$, но имеющими значительно больший заряд ядра и количество связанных электронов по сравнению с Fe^{15+} . Полученные зависимости сечения ионизации от энергии иона представлены на рис. 3.

Поскольку эффекты протяженности заряда иона оказались весьма заметными, представляется необ-

ходимым обсудить корректность представления поля структурного иона потенциалом (2).

3. ВЫБОР ПОТЕНЦИАЛА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Строго говоря, потенциал (2) может быть получен следующим образом. Введем потенциал взаимодействия снаряда и мишени $V(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}(t))$, где \mathbf{r} — совокупность координат электронов мишени, $\boldsymbol{\rho}$ — совокупность координат электронов снаряда, $\mathbf{R}(t)$ — расстояние между ядрами снаряда и мишени в системе покоя мишени. Тогда потенциал (2) вычисляется путем усреднения по координатам электронов снаряда $\boldsymbol{\rho}$:

$$U(\mathbf{R}; \{\mathbf{r}_a\}) = \langle \varphi | V(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}(t)) | \varphi \rangle, \quad (11)$$

где $\varphi = \varphi(\boldsymbol{\rho})$ — волновая функция основного состояния электронов снаряда. Если для описания распределения электронной плотности снаряда воспользоваться моделью Ленца–Энсена [23–25] (уточняющей [23] моделью Томаса–Ферми), то, как видно из рис. 4, построенного по данным [22], потенциал (2) является хорошей аппроксимацией для среднего (11).

С целью выяснения роли оболочечной структуры и вклада электронных переходов между оболочками налетающего иона может быть поставлена более общая задача об исследовании неупругих процессов,

Относительные поправки для сечений σ_i , σ^{1+} , σ^{2+} и относительный вклад ξ в сечение ионизации от процессов возбуждения электронной «шубы» иона

χ	Энергия иона, 10^3 МэВ/нуклон								
	0.01	0.05	0.1	0.5	1	5	10	50	100
χ_H	0.0774	0.3850	0.6304	1.3689	1.6067	1.6913	1.6214	1.4389	1.3682
χ_{He}^{1+}	0	0.0007	0.0025	0.014	0.019	0.022	0.021	0.018	0.017
χ_{He}^{2+}	0.0004	0.017	0.0473	0.1855	0.2406	0.2933	0.2974	0.2990	0.2991
$\xi \cdot 10^4$	1.6	1.3	1.1	0.96	0.92	0.88	0.83	0.78	0.72

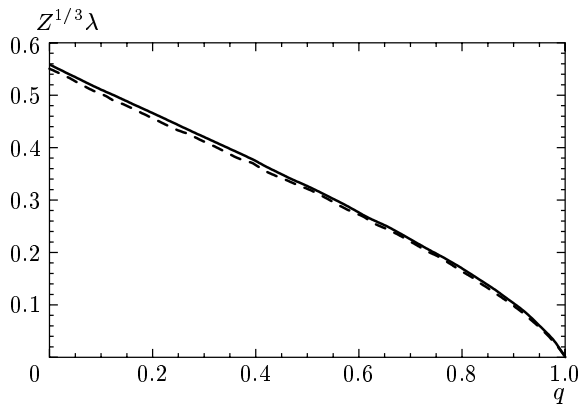


Рис. 4. Зависимость эффективного размера иона λ от степени ионизации $q = Z^*/Z$, где Z^* — видимый заряд иона, Z — заряд ядра иона. Сплошная линия — параметр экранирования в потенциале (2) (модель Брандта–Китагавы [22]), штриховая — размер иона в модели Ленца–Энсена [23–25]

одновременно происходящих не только в самой мишени, но и в снаряде. Рассмотрим столкновение, при котором мишень переходит из начального состояния $|0\rangle$ в конечное состояние $|n\rangle$, в то время как электроны снаряда переходят из начального состояния $|0\rangle$ в конечное состояние $|m\rangle$. Сечение такого процесса запишем в виде

$$\sigma_{0 \rightarrow n}^{0 \rightarrow m} = \int P_{0 \rightarrow n}^{0 \rightarrow m}(b) d^2b = 2\pi \int_0^\infty P_{0 \rightarrow n}^{0 \rightarrow m}(b) b db, \quad (12)$$

где выражение $P_{0 \rightarrow n}^{0 \rightarrow m}(b)$ обозначает вероятность обнаружения мишени и снаряда в конечных состояниях $|n\rangle$ и $|m\rangle$ соответственно после столкновения с параметром удара b . Электронные переходы, происходящие в мишени и снаряде, можно рассматривать как независимые процессы. Поэтому вероятность перехода может быть представлена в виде (очевидно,

являющимся естественным обобщением на рассматриваемый случай подынтегрального выражения в формуле (5))

$$P_{0 \rightarrow n}^{0 \rightarrow m} = \left| \langle \varphi_m(\rho) | \exp \left(i\mathbf{q}_2 \cdot \sum_j \rho_j \right) | \varphi_0(\rho) \rangle \right|^2 \times \left| \langle \Phi_n(\mathbf{r}) | \exp \left(i\mathbf{q}_1 \cdot \sum_a \mathbf{r}_a \right) | \Phi_0(\mathbf{r}) \rangle \right|^2, \quad (13)$$

где $\varphi(\rho)$ и $\Phi(\mathbf{r})$ — электронные волновые функции снаряда и мишени соответственно, \mathbf{q}_1 и \mathbf{q}_2 переданные при столкновении импульсы, причем \mathbf{q}_1 имеет смысл импульса, переданного снарядом электронам мишени, а \mathbf{q}_2 — импульс, переданный мишенью электронам снаряда. Таким образом, воспользовавшись формулой (12), можно рассчитать сечения различных неупругих процессов, приводящих при столкновении к одновременному возбуждению электронных оболочек мишени и снаряда. С целью выяснения вклада электронных переходов между оболочками бомбардирующего иона мы рассчитали σ_2 , сечение неупругого столкновения водородоподобных ионов железа Fe^{25+} (снаряд) и гелия He^{1+} (мишень), при котором происходит ионизация мишени He^{1+} с возбуждением снаряда Fe^{25+} в любое состояние дискретного и непрерывного спектров, а также σ_1 , сечение процесса, в котором мишень ионизуется, а снаряд остается в основном состоянии. Для оценки вклада процессов возбуждения электронной «шубы» иона введем относительный вклад $\xi = (\sigma_2 - \sigma_1) / \sigma_1$. Если ξ намного меньше единицы, то вкладом от возбуждений электронных оболочек мишени можно пренебречь и рассматривать бомбардирующий ион как протяженный заряд. Проведенный нами расчет значений ξ в зависимости от кинетической энергии бомбардирующего иона, результаты

которого представлены в таблице (четвертая строка), показывает, что если рассматривать столкновения тяжелых ионов с видимым зарядом $Z^* \gg 1$ с легкими атомами или ионами с зарядом ядра много меньшим Z^* , то возбуждениями электронной «шубы» снаряда можно пренебречь.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рисунки 1 и 2 построены в логарифмическом масштабе, позволяющем охватить широкий диапазон энергии ионов, но плохо отражающем детали. Поэтому для количественной иллюстрации эффекта учета протяженности заряда иона введем относительные поправки

$$\chi_{\text{H}} = \frac{\sigma_i - \sigma_{i(\text{point})}}{\sigma_{i(\text{point})}},$$

где $\sigma_{i(\text{point})}$ — сечение ионизации атома водорода точечным ионом того же заряда Z^* , что и видимый заряд налетающего протяженного иона, и при той же относительной скорости. Аналогично введена и относительная поправка для однократной и двойной ионизации атома гелия:

$$\chi_{\text{He}}^{1+} = \frac{\sigma^{1+} - \sigma_{(\text{point})}^{1+}}{\sigma_{(\text{point})}^{1+}}, \quad \chi_{\text{He}}^{2+} = \frac{\sigma^{2+} - \sigma_{(\text{point})}^{2+}}{\sigma_{(\text{point})}^{2+}}.$$

В таблице приведены значения χ_{H} для столкновений $\text{U}^{6+} + \text{H}$, а также χ_{He}^{1+} и χ_{He}^{2+} для столкновений $\text{Fe}^{15+} + \text{He}$. Как видно из таблицы, поправки к сечению ионизации в результате учета протяженности заряда иона могут оказаться значительными. Причем, как видно на рис. 1–3, с ростом энергии налетающего иона, эффекты протяженности заряда иона могут приводить к значительному росту сечений однократной и двойной ионизации по сравнению с соответствующими сечениями, рассчитанными для точечного иона. Такое поведение сечений понятно из физических соображений: действительно, при столкновениях с большими параметрами удара атомные электроны взаимодействуют с налетающим ионом как с точечным зарядом, равным видимому заряду экранированного иона (в наших обозначениях Z^*). При столкновениях же с малыми параметрами удара атомные электроны воспринимают ион как голый заряд Z . В сечения вносят вклад все области параметров удара, и так как Z больше Z^* , то эффективно атомные электроны взаимодействуют с ионом заряда, большим чем Z^* , что и приводит к увеличению сечений, которое может оказаться значительным при $Z \gg Z^*$. Для оценки эффекта протяженности введем эффективный радиус r такой, что

$\sigma_{i(\text{point})} = \pi r^2$. Тогда (исходя из геометрических соображений, согласно которым ион рассматривается как шарик радиуса λ) сечение с учетом протяженности заряда иона следует оценить как $\sigma_i \sim \pi(r + \lambda)^2$. При этом для $\lambda^2 \ll r^2$ (в рассматриваемых нами случаях это неравенство для оценок можно считать справедливым) легко получить оценку поправки χ_{H} через расчетное значение $\sigma_{i(\text{point})}$ сечения ионизации точечным ионом и эффективный радиус иона λ :

$$\chi_{\text{H}} \sim \frac{2\lambda}{r} = \frac{2\pi^{1/2}\lambda}{[\sigma_{i(\text{point})}]^{1/2}}.$$

Причем, поскольку λ в формуле (2) не зависит от кинетической энергии иона, относительная поправка χ_{H} растет, пока с ростом энергии $\sigma_{i(\text{point})}$ убывает. Как не трудно убедиться, рисунки и данные, приведенные в таблице, показывают именно такое поведение сечений, очевидно, имеющее общий характер и для остальных сечений неупругих процессов, сопровождающих столкновения релятивистских структурных тяжелых ионов с атомами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 01-02-17047) и министерства образования РФ (грант Е00-3.1-390).

ЛИТЕРАТУРА

1. H. F. Krause, C. R. Vane, S. Datz et al., Phys. Rev. A **63**, 032711 (2001).
2. T. Ludziejewski, Th. Stohlker, D. C. Ionescu et al., Phys. Rev. A **61**, 052706 (2000).
3. E. Wells, I. Ben-Itzhak, K. D. Carnes et al., Phys. Rev. A **60**, 3734 (1999).
4. M. Tschersich, R. Drozdowski, M. Busch et al., J. Phys. B **32**, 5556 (1999).
5. M. B. Shah and H. B. Gilbody, J. Phys. B **16**, L449 (1983).
6. J. H. McGuire, A. Mueller, B. Schuch et al., Phys. Rev. A **35**, 2479 (1987).
7. H. Berg, J. Ullrich, E. Bernstein et al., J. Phys. B **25**, 3655 (1992).
8. M. Purkait, A. Dhara, S. Sounda, and C. R. Mandal, J. Phys. B **34**, 755 (2001).
9. C. Illescas, B. Pons, and A. Riera, Phys. Rev. A **63**, 062722 (2001).
10. Г. Л. Юдин, ДАН **282**, 874 (1985).

11. Г. Л. Юдин, ЖТФ **55**, 9 (1985).
12. В. И. Матвеев, ЖТФ **72**, 10 (2002).
13. В. И. Матвеев, ЖЭТФ **121**, 260 (2002).
14. T. Ludziejewski, Th. Stohlker, D. C. Ionescu et al., Phys. Rev. A **61**, 052706 (2000).
15. A. B. Voitkiv, C. Muller, and N. Grun, Phys. Rev. A **62**, 062701 (2000).
16. C. Muller, A. B. Voitkiv, and N. Grun, Phys. Rev. A **66**, 012716 (2002).
17. В. И. Матвеев, С. Г. Толманов, ЖЭТФ **107**, 1780 (1995).
18. В. И. Матвеев, Х. Ю. Рахимов, ЖЭТФ **114**, 1646 (1998).
19. V. I. Matveev and D. U. Matrasulov, J. Phys. B **33**, 2721 (2000).
20. G. Maynard, D. Gardes, M. Chabot et al., Nucl. Instr. Meth. B **146**, 88 (1998).
21. G. Maynard, M. Chabot, and D. Gardes, Nucl. Instr. Meth. B **164/165**, 139 (2000).
22. W. Brandt and M. Kitagawa, Phys. Rev. B **52**, 5631 (1982).
23. P. Gombas, *Die Statistische Theorie des Atoms und ihre Anwendungen*, Springer, Vienna (1949).
24. W. Lenz, Z. Phys. **77**, 713 (1932).
25. H. Jensen, Z. Phys. **77**, 722 (1932).