

01;02;07

Электронные переходы при взаимодействии тяжелого атома с ультракоротким импульсом электромагнитного поля

© В.И. Матвеев, И.Н. Пашев

Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
163006 Архангельск, Россия
e-mail: matveev.victor@pomorsu.ru

(Поступило в Редакцию 26 февраля 2004 г. В окончательной редакции 25 мая 2004 г.)

На основе решения уравнения Дирака рассмотрены электронные переходы при взаимодействии тяжелого релятивистского атома с пространственно неоднородным ультракоротким импульсом электромагнитного поля, получены вероятности возбуждения и ионизации. В качестве примера рассмотрены одноэлектронные неупругие процессы, сопровождающие взаимодействие ультракоротких импульсов с водородоподобными атомами. Развитая методика позволяет произвести точный учет пространственной неоднородности поля ультракороткого импульса.

Введение

Во многих практически важных случаях возмущение не является достаточно малым для применения теории возмущений, однако часто (см., например, [1–9]) встречаются ситуации, когда время действия возмущения значительно меньше характерных атомных периодов времени, что позволяет решать задачу, не ограничивая величину возмущения, и выполнить расчеты аналитически. К подобным случаям можно отнести и эффекты взаимодействия атомов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля, которые в настоящее время становятся объектом экспериментальных и теоретических исследований. Под ультракороткими импульсами в рамках данной статьи понимаются импульсы длительностью, меньшей характерных периодов времени для атома-мишени, который до взаимодействия может находиться как в основном состоянии, так и в возбужденном, в том числе в высоковозбужденном — ридберговском. Пути генерации подобных импульсов активно обсуждаются в литературе. Такие импульсы могут иметь различное происхождение [10–13], но могут быть и полями движущихся с релятивистской или ультрарелятивистской скоростью тяжелых ионов [14–17], причем в последнем случае для полей ионов с достаточно большими зарядами теория возмущений неприменима [18,19] даже при сколь угодно больших энергиях ионов. Следует отметить, что до настоящего времени, несмотря на экспериментальные тенденции создания более мощных лазеров и генерации ультракоротких импульсов лишь столкновительные эксперименты остаются по сути дела единственной реальной возможностью моделирования ультракоротких импульсов длительностью $\tau \leq 10^{-17}$ s, сравнимой или меньшей характерного атомного времени $\tau_a \sim 1/10^{-17}$ s. Например, в экспериментах [15] (см. также [16]) исследовалась двойная и однократная ионизация атома гелия ударом иона урана U^{92+} с энергией 1 GeV нуклон и моделировался сверхинтенсивный импульс ($I > 10^{19}$ W/cm²), длительностью $\sim 10^{-18}$ s.

Столкновительные эксперименты могут предоставить также следующую возможность для непосредственного наблюдения взаимодействия атомов с ультракоротким импульсом электромагнитного поля. Сравнительно недавно в эксперименте [20] наблюдалось многофононное рождение пар ультрарелятивистским электроном, движущимся с релятивистским фактором $\gamma \sim 10^5$ сквозь сверхинтенсивное лазерное поле, когда в системе покоя электрона частота поля лазера и его напряженность возрастали порядка в γ раз. В недавних теоретических работах [21,22] проведено теоретическое рассмотрение процессов многофотонного рождения пар при столкновении голых ультрарелятивистских ядер с интенсивным лазерным лучом, отмечена также реальная возможность постановки соответствующего эксперимента на современных ускорителях. Таким образом, когда происходит столкновение (взаимодействие) движущегося с релятивистской энергией атома-мишени (или частично ободранного — структурного иона, на оболочках которого расположено некоторое количество электронов) с ультракоротким импульсом электромагнитного поля длительностью τ , соответствующее время столкновения τ_c в системе покоя атома (иона) уменьшается в γ раз, т.е. $\tau_c \sim \tau/\gamma$. Обсудим возможность наблюдения в подобных экспериментах неупругих процессов, изучаемых в данной работе, при достижимых в настоящее время на ускорителях тяжелых частиц значениях релятивистского фактора $\gamma \sim 10^4$ [1] (соответствующих эффективно уменьшению длительности импульса на четыре порядка) и характерных (фемтосекундных) $\tau \sim 10^{-15}$ s. Проведем оценки для релятивистских задач, когда характерная разность энергий $\Delta E \sim mc^2$ (m — масса электрона, c — скорость света), соответствующая характерная частота $\omega_a = mc^2/\hbar$ (\hbar — постоянная Планка), поэтому характерные времена покоящегося атома-мишени $\tau_a = 2\pi/\omega_a \simeq 8.1 \cdot 10^{-21} \sim 10^{-20}$ s, тогда как $\tau_c \sim \tau/\gamma \sim 10^{-19}$ s. Таким образом, для непосредственного наблюдения рассматриваемых в данной статье релятивистских эффектов необходимо уменьшение дли-

тельности импульса на порядок (либо соответствующее увеличение γ), что находится в русле современных экспериментальных тенденций.

При теоретическом рассмотрении естественной основой для решения этой и подобных задач может служить приближение внезапных возмущений [2,9], тесно связанное [4] с приближением эйконала и, насколько нам известно, ранее применяемое лишь для решения нерелятивистских задач. Прежде всего это возбуждение, или ионизация атомов при ядерных реакциях [9], например, при β -распаде ядра, когда вылет быстрого β -электрона воспринимается атомными электронами как внезапное изменение заряда ядра, или при ударе нейтрона о ядро, когда происходит внезапная передача импульса ядру, и т.п. Приближение внезапных возмущений применяется при рассмотрении многоэлектронных переходов в сложных атомах, когда переходы, происходящие во внутренних оболочках, воспринимаются сравнительно медленными электронами внешних оболочек как мгновенные (см., например, [3,6]). Как результат действия внезапного возмущения рассматриваются неупругие процессы при столкновении быстрых многозарядных ионов с атомами [4–6] и при столкновениях заряженных частиц с высоковозбужденными атомами [7]. В работах [23,24] на основе обобщения приближения внезапных возмущений была развита нерелятивистская теория, описывающая электронные переходы и излучение атома при его взаимодействии с пространственно неоднородным ультракоротким импульсом электромагнитного поля, получены вероятности возбуждения и ионизации, а также спектры и сечения переизлучения атомом такого импульса.

В настоящей работе приближение внезапных возмущений применено для решения релятивистских задач и на основе решения уравнения Дирака рассмотрены электронные переходы при взаимодействии тяжелого релятивистского атома с пространственно неоднородным (на размерах атома-мишени) ультракоротким импульсом электромагнитного поля, получены вероятности возбуждения и ионизации.

Общая часть

По терминологии [2], возмущение, соответствующее полю ультракороткого импульса, имеет характер встряски типа рассеяния. Для иллюстрации приближения внезапных возмущений в этом случае, видимо, проще всего рассмотреть формальное решение уравнения Шредингера (здесь и везде ниже используются атомные единицы)

$$i\dot{\Psi} = (H_0 + U(t))\Psi, \quad (1)$$

где внезапное возмущение $U(t)$ действует в течение времени, значительно меньшего характерных периодов времени невозмущенной системы, описываемой гамильтонианом H_0 .

Тогда при решении уравнения (1) можно (в течение времени действия возмущения $U(t)$) пренебречь эво-

люцией волновой функции под действием собственного гамильтониана H_0 и решать уравнение $i\dot{\Psi} = U(t)\Psi$. Откуда следует, что

$$\Psi(t) = \exp\left\{-i \int_{t_0}^t U(t)dt\right\}\Psi(t_0). \quad (2)$$

Поэтому амплитуда перехода нерелятивистского атома из состояния $|i\rangle$ в состояние $|f\rangle$ в результате внезапного возмущения $U(t)$ имеет вид [2]

$$a_{if} = \langle f | \exp\left\{-i \int_{-\infty}^{+\infty} U(t)dt\right\} | i \rangle. \quad (3)$$

Легко видеть, что тот же самый результат может быть получен, если точно решить уравнение (1) с δ -образным потенциалом $\tilde{U}(t)$, связанным с потенциалом $U(t)$ следующим образом

$$\tilde{U}(t) = U_0\delta(t), \quad U_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} U(t)dt. \quad (4)$$

Именно это обстоятельство мы используем ниже для решения уравнения Дирака в приближении внезапных возмущений.

Поведение электрона водородоподобного атома (с зарядом ядра Z_a , на значения которого здесь не будем накладывать ограничений, кроме условий применимости [25] уравнения Дирака) во внешнем поле \mathbf{A} , φ описываем уравнением Дирака (заряд электрона = -1 a.u.)

$$i\dot{\Psi} = \left\{ c\boldsymbol{\alpha} \left(\hat{\mathbf{p}} + \frac{1}{c} \mathbf{A} \right) - \frac{Z_a}{r} - \varphi - \beta c^2 \right\} \Psi, \quad (5)$$

где члены $c\boldsymbol{\alpha}\hat{\mathbf{p}} - \beta c^2 - Z_a/r$ представляют собой гамильтониан H_0 изолированного атома, а взаимодействие атомного электрона с внешним полем равно $U(t) = U(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{A} - \varphi$; $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор импульса; $\boldsymbol{\alpha}$ и β — матрицы Дирака; c — скорость света; \mathbf{r} — координаты атомного электрона.

Сначала выберем калибровку потенциалов электромагнитных волн векторного \mathbf{A} и скалярного φ , так что скалярный потенциал равен нулю. Будем считать, что векторный потенциал поля волны следующим образом зависит от координат \mathbf{r} и времени t : $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\eta)$, где фаза волны $\eta = \omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}$. Здесь волновой вектор \mathbf{k}_0 такой, что $|\mathbf{k}_0| = \omega_0/c$, ω_0 — круговая частота. Проведем калибровочное преобразование [19],

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla f, \quad \varphi' = \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t},$$

где $f = \mathbf{A}\mathbf{r}$.

В результате $\mathbf{A}' = -\mathbf{k}_0(\mathbf{r}d\mathbf{A}/d\eta)$, $\varphi' = -(\mathbf{E}\mathbf{r})$, где $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -|\mathbf{k}_0|d\mathbf{A}/d\eta$, поэтому в новой калибровке векторный и скалярный потенциалы связаны следующим образом: $\mathbf{A}' = (\mathbf{k}_0/|\mathbf{k}_0|)\varphi'$. Будем считать ось Z

направленной по \mathbf{k}_0 . В этом случае в уравнении (5) взаимодействие атомного электрона с внешним полем равно

$$U(t) = \alpha \mathbf{A}' - \varphi' = - \left(1 - \frac{\alpha \mathbf{k}_0}{|\mathbf{k}_0|} \right) \varphi' = -(1 - \alpha_z) \varphi'. \quad (6)$$

Далее будем работать в новой калибровке и штрихи у потенциалов будем опускать. Для решения в приближении внезапных возмущений уравнения Дирака (5) запишем его в виде $i\dot{\Psi} = (H_0 + U(t))\Psi$ и воспользуемся введенной в начале данного раздела заменой (4), для этого введем

$$\tilde{\varphi} = -\varphi_0 \delta(ct - z), \quad \varphi_0 = c \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(ct - z) dt. \quad (7)$$

Соответственно $U(t)$ из формулы (6) заменим на $\tilde{U}(t) = -(1 - \alpha_z) \tilde{\varphi}$ или на

$$\tilde{U}(t) = U_0 \delta(ct - z), \quad (8)$$

где

$$U_0 = c \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) dt = -(1 - \alpha_z) \varphi_0. \quad (9)$$

В результате уравнение (5) примет вид

$$i\dot{\Psi} = \left\{ c\alpha \hat{\mathbf{p}} - \frac{Z_a}{r} - \beta c^2 - (1 - \alpha_z) \tilde{\varphi} \right\} \Psi. \quad (10)$$

Для получения точного решения уравнения Дирака с таким потенциалом разложим $\Psi = \Psi(\mathbf{r}, t)$ по собственным функциям $\phi_k(r)$ (с энергиями E_k) невозмущенного атомного гамильтониана $H_0 = c\alpha \hat{\mathbf{p}} - \beta c^2 - Z_a/r$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_k a_k(t) \phi_k(\mathbf{r}) e^{-iE_k t}.$$

Подставляя это разложение в левую часть уравнения $i\dot{\Psi} = (H_0 + \tilde{U}(t))\Psi$ и интегрируя, после умножения слева на какое-либо состояние ϕ_f , с учетом ортогональности состояний ϕ_k получаем

$$\frac{da_f(t)}{dt} = -i e^{iE_f t} \langle \phi_f | \tilde{U}(t) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle. \quad (11)$$

Пусть до столкновения атом находился в состоянии ϕ_j , тогда

$$\Psi(\mathbf{r}, t = -\infty) = e^{-E_j t} \phi_j(\mathbf{r}), \quad (12)$$

$$a_f(t = -\infty) = \delta_{fj}, \quad (13)$$

где δ_{fj} — символ Кронеккера.

Поскольку $\tilde{U}(t) = U_0 \delta(ct - z)$, то для решения уравнения (11) достаточно знать значения $\Psi(\mathbf{r}, t)$ лишь при

$z = ct$, которые можно найти из уравнения (10) следующим образом: переходим к переменным светового конуса

$$\begin{aligned} z^- &= (ct - z), \\ z^+ &= (ct + z) \end{aligned} \quad (14)$$

и, сохраняя в малой окрестности $z^- = 0$ только производные по z^- и сингулярный потенциал $-(1 - \alpha_z) \tilde{\varphi}$, получаем уравнение

$$ic(1 - \alpha_z) \frac{\partial \Psi}{\partial z^-} = -(1 - \alpha_z) \tilde{\varphi} \Psi. \quad (15)$$

Поскольку $\tilde{\varphi} = -\varphi_0 \delta(z^-)$, то, учитывая соотношения

$$\frac{d}{dx} \theta(x) = \delta(x), \quad \frac{d}{dx} \exp(\theta(x)) = \delta(x) \exp(\theta(x)), \quad (16)$$

где $\theta(x) = 0$, $x < 0$; $\theta(x) = 1$, $x > 0$, находим решение уравнения (15)

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_z) \Psi(z^- + 0) \\ = (1 - \alpha_z) \exp \left[-i \frac{\varphi_0}{c} \theta(z^-) \right] \Psi(z^- - 0). \end{aligned} \quad (17)$$

Отсюда, возвращаясь ко времени t , находим решение, справедливое для $t < z/c$ и вблизи $t = z/c$ (т.е. $t = z/c + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$ и малó),

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_z) \Psi(\mathbf{r}, t) = (1 - \alpha_z) \exp \left[-i\theta(ct - z) \frac{\varphi_0}{c} \right] \\ \times \exp[-iE_j t] \phi_j(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (18)$$

Подставляя (18) в правую часть (11) и интегрируя по t с учетом начальных условий (13), получаем

$$\begin{aligned} a_{fj} = a_f(t = +\infty) = \delta_{fj} - i \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i(E_f - E_j)t} \langle \phi_f | \delta(z - ct) \\ \times (1 - \alpha_z) \exp \left[-i\theta(ct - z) \frac{\varphi_0}{c} \right] | \phi_j \rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

Используя соотношения (16), находим

$$\begin{aligned} a_{fj} = \delta_{fj} + \langle \phi_f | (1 - \alpha_z) e^{i(E_f - E_j)z/c} \\ \times \left[\exp \left(-i \frac{\varphi_0}{c} \right) - 1 \right] | \phi_j \rangle. \end{aligned} \quad (20)$$

Это и есть искомое точное (ср. [1]) решение уравнения Дирака с потенциалом $\tilde{U}(t) = U_0 \delta(ct - z)$, соответствующее учету потенциала (6) в приближении внезапных возмущений. Полученное выражение можно переписать в более удобном виде, если воспользоваться легко проверяемым соотношением

$$\langle \phi_f | \left[(1 - \alpha_z) e^{i(E_f - E_j)z/c} \right] | \phi_j \rangle = \delta_{fj}. \quad (21)$$

В результате

$$a_{fj} = \langle \phi_f | \left[(1 - \alpha_z) e^{i(E_f - E_j)z/c} \exp \left(-i \frac{\varphi_0}{c} \right) \right] | \phi_j \rangle. \quad (22)$$

Для взаимодействия атомного электрона с импульсом электромагнитного поля гауссовой формы (эффективной длительности $\sim \lambda^{-1}$)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp\left(-\lambda^2 \left(t - \frac{\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}{\omega_0}\right)^2\right) \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}),$$

$$\varphi = \mathbf{r} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad \varphi_0 = -c \mathbf{q} \mathbf{r}, \quad (23)$$

где

$$\mathbf{q} = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \frac{\sqrt{\pi}}{\lambda} \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{4\lambda^2}\right). \quad (24)$$

Вспомогая, что $\alpha_z = \mathbf{a} \mathbf{k}_0 / k_0$, и вводя вектор $\mathbf{Q} = (Q_x, Q_y, Q_z) = (q, 0, \Omega_{fj}/c)$, где $\Omega_{fj} = E_f - E_j$, перепишем a_{fj} из (22) в виде

$$a_{fj} = \langle \phi_f | \left(1 - \frac{\mathbf{a} \mathbf{k}_0}{k_0}\right) e^{i \mathbf{Q} \mathbf{R}} | \phi_j \rangle. \quad (25)$$

Выбирая теперь ось Z направленной по \mathbf{Q} , перепишем

$$a_{fj} = \langle \phi_f | (1 - \alpha_z \cos \theta) e^{i Q_z} | \phi_j \rangle - \langle \phi_f | (1 - \alpha_x \sin \theta) e^{i Q_z} | \phi_j \rangle, \quad (26)$$

где

$$Q = \sqrt{q^2 + \Omega_{fj}^2/c^2}, \quad \cos \theta = \Omega_{fj}/\sqrt{c^2 q^2 + \Omega_{fj}^2},$$

$$\sin \theta = q/\sqrt{q^2 + \Omega_{fj}^2/c^2}.$$

Таким образом, пусть до взаимодействия (т.е. при $t = -\infty$) с полем ультракороткого импульса атом находился в состоянии ϕ_j с энергией E_j , тогда вероятность обнаружить после взаимодействия (т.е. при $t = +\infty$) атом в состоянии ϕ_f с энергией E_f равна

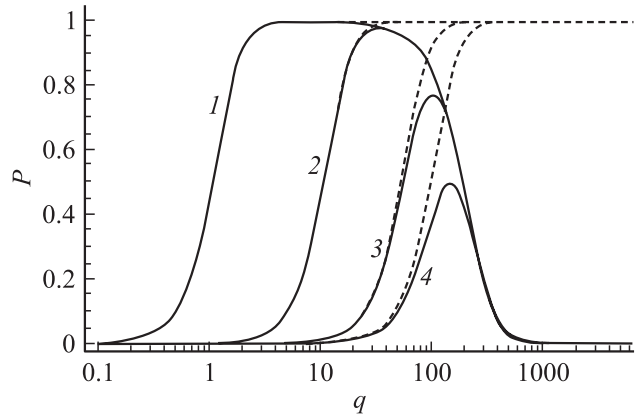
$$|a_{fj}|^2 = \frac{q^2}{Q^2} \left(\frac{q^2}{Q^2} |F^{fj}|^2 + |G_x^{fj}|^2 \right). \quad (27)$$

Здесь мы, следуя [26], ввели хорошо известные неупругие атомные формфакторы

$$F^{fj} = \langle \phi_f | e^{i Q_z} | \phi_j \rangle = \frac{Q_c}{\Omega_{fj}} \langle \phi_f | \alpha_z e^{i Q_z} | \phi_j \rangle,$$

$$G_x^{fj} = \langle \phi_f | \alpha_x e^{i Q_z} | \phi_j \rangle.$$

Приведенные формулы позволяют рассчитать вероятность возбуждения или ионизации атома ультракоротким импульсом электромагнитного поля. На рисунке приведены вероятности ионизации (вероятности образования K -вакансий) водородоподобных атомов для нескольких значений заряда ядра Z_a . При расчетах в качестве волновых функций начального и конечного состояний, как в [26,27], мы использовали квазирелятивистские волновые функции Дарвина [25,28,29], позволяющие в аналитической форме провести вычисления



Зависимости P -вероятности ионизации (образования K -вакансии) водородоподобных атомов для нескольких значений заряда ядра Z_a от величины переданного импульса (24) $q = |\mathbf{q}|$ (атомные единицы). Результаты расчетов для каждого значения Z_a : сплошная кривая — релятивистский расчет по формуле (27), пунктир — нерелятивистский расчет (формула (27) при $c \rightarrow \infty$ [18,19]). $Z_a = 1$ (1), 10 (2), 50 (3), 92 (4).

формфакторов. Квазирелятивистские функции, строго говоря, справедливы при выполнении условий $Z_a \ll c$ и $q \ll c$, при нарушении же этих неравенств, результаты расчетов неплохо качественно иллюстрируют поведение полных сечений ионизации [29].

Авторы благодарят Российский фонд фундаментальных исследований (грант № 04-02-16177-а) и фонд ИНТАС (грант INTAS-GSI № 03-54-4294) за финансовую поддержку работы.

Список литературы

- [1] Baltz A.J. // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. P. 1231.
- [2] Дыхне А.М., Юдин Г.Л. // УФН. 1978. Т. 125. С. 377.
- [3] Матвеев В.И., Парилис Э.С. // УФН. 1982. Т. 138. С. 583.
- [4] Eichler J. // Phys. Rev. A. 1997. Vol. 15. P. 1856.
- [5] Юдин Г.Л. // ЖЭТФ. 1981. Т. 80. С. 1026.
- [6] Матвеев В.И. // ЭЧАЯ. 1995. Т. 26. С. 780.
- [7] Персиваль И.С. Атомы в астрофизике / Под ред. Ф.Г. Берка, В.Б. Эйснера, Д.Г. Хаммера, И.С. Персиваля. М.: Мир, 1998. С. 87.
- [8] Матвеев В.И. // ЖЭТФ. 2002. Т. 121. С. 260.
- [9] Мигдал А.Б. Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975. 336 с.
- [10] Harris S.E., Sokolov A.V. // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 81. P. 2894.
- [11] Christov I.P., Murnane M.M., Kapteyn H.C. // Opt. Commun. 1998. Vol. 148. P. 75.
- [12] Sokolov A.V., Yavuz D.D., Harris S.E. // Opt. Lett. 1999. Vol. 24. P. 557.
- [13] Kaplan A.E., Shkolnikov P.L. // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. P. 074801.
- [14] Baltz A.J. // Phys. Rev. A. 1995. Vol. 52. P. 4970.
- [15] Moshhammer R., Schmitt W., Ullrich J. et. al. // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79. P. 3621.

- [16] *Selin A.V., Ermolaev A.M., Joachain C.J.* // Phys. Rev. A. 2003. Vol. 67. P. 012709.
- [17] *Voitkiv A.B., Najjari B., Ulrich J.* // J. Phys. B: 2003. Vol. 36. P. 2325.
- [18] *Eichler J.* // Phys. Rev. A. 1977. Vol. 15. P. 1856.
- [19] *Eichler J.* // Phys. Rep. 1990. Vol. 193. P. 165.
- [20] *Bamber C. et al.* // Phys. Rev. D. 1999. Vol. 60. P. 092004.
- [21] *Muller C., Voitkiv A.B., Grun N.* // Phys. Rev. A. 2003. Vol. 67. P. 063407.
- [22] *Muller C., Voitkiv A.B., Grun N.* // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. B. 2003. Vol. 205. P. 306.
- [23] *Матвеев В.И.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 6. С. 17.
- [24] *Матвеев В.И.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 124. С. 1023.
- [25] *Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 723 с.
- [26] *Anholt R.* // Phys. Rev. A. 1979. Vol. 19. P. 1004.
- [27] *Davidovic D.M., Moiseivitsch B.L., Norrington P.H.* // J. Phys. B. 1978. Vol. 11. P. 847.
- [28] *Darwin C.G.* // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1928. Vol. 118. P. 654.
- [29] *Eichler J., Meyrhoft W.E.* Relativistic Atomic Collisions. New York: Academic Press Inc., 1995.