ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
№ 5 ФИЗИКА 2005

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ТЕОРИЯ ПОЛЯ

УДК 539.1

В.И. МАТВЕЕВ, С.В. РЯБЧЕНКО

КРАТНЫЕ СТОЛКНОВЕНИЯ БЫСТРОГО МЕЗОАТОМА С ДВУХАТОМНОЙ МОЛЕКУЛОЙ

Рассмотрены процессы ионизации быстрого мезоатома $(\mu\mathrm{He})^+$ при кратных столкновениях с двухатомной молекулой. Показано, что учет выстроенности молекулы может приводить к заметному увеличению вероятности ионизации мезоатома.

Известно (см., например, [1]), что при мюонном катализе синтеза в результате реакции $(dt\mu)^+ \to (\mu\mathrm{He})^+ + n$ появляются быстрые мезоатомы $(\mu\mathrm{He})^+$ с начальной энергией $E_0 \approx 3{,}5$ МэВ. При движении в среде такие мезоатомы, главным образом за счет столкновений типа $(\mu\mathrm{He})^+ + D_2$, могут потерять отрицательный мюон и поэтому, к моменту остановки мезоатома $(\mu\mathrm{He})^+$, мюон лишь с некоторой вероятностью $\gamma(E_0) < 1$ остается связанным с ядром атома гелия. Малость размеров мезоатома по сравнению с размерами молекулы D_2 позволяет считать, что мюон стряхивается в результате столкновений мезоатома с отдельными дейтронами в рамках процессов ионизации или перезарядки.

Реакции такого типа вносят подавляющий вклад в вероятность стряхивания μ-мезона $P_s(E_0)$, а учет других возможных каналов стряхивания μ-мезона приводит лишь к незначительным изменениям величины $P_s(E_0)$ [2]. Среднее время жизни возбужденных состояний мезоатома $\tau \le 10^{-12}$ с [3] существенно меньше среднего времени движения между его последовательными столкновениями с дейтронами (при плотностях смеси меньше или порядка плотности жидкого водорода). Поэтому при вычислении вероятности стряхивания обычно можно считать, что в столкновениях с дейтронами всегда участвуют мезоатомы, находящиеся в основном состоянии.

Ситуация (с необходимостью учета вклада возбужденных состояний) меняется, если предположить наличие «выстроенности» молекул D_2 вдоль какого-либо направления. Как показано в настоящей работе, если направление движения мезоатома близко по ориентации с осью молекулы D_2, то в сечение ионизации мезоатома заметную поправку может вносить учет двух последовательных столкновений мезоатома $(\mu\mathrm{He})^+$ с ядрами, входящими в состав одной молекулы D_2. Время между двумя такими столкновениями $t \sim L/\upsilon \sim 10^{-16} - 10^{-17}$ с, где $L \approx 0{,}74\cdot 10^{-8}$ см – расстояние между ядрами в молекуле D_2, а $\upsilon \sim 10^8 - 10^9$ см/с – скорость налетающего мезоатома. Очевидно, что это время $t << \tau$ – среднего времени жизни возбужденного состояния мезоатома. В этом случае при расчете сечения ионизации мезоатома необходимо учитывать вклад двухступенчатых процессов, когда мезоатом, возбужденный в результате столкновения с первым ядром молекулы, не успевает релаксировать в состояние 1*s* и претерпевает столкновение со вторым ядром молекулы, находясь в возбужденном состоянии. Далее, поскольку эффективный размер возбужденных состояний больше размера основного состояния, постольку сечение ионизации из возбужденного состояния оказывается больше сечения ионизации из основного состояния, и можно ожидать заметный вклад от учета последовательных столкновений.

Проделаем оценку сечений таких процессов. На рис. 1 изображено столкновение мезоатома $(\mu\mathrm{He})^+$ с молекулой D_2. Ориентацию молекулы будем описывать направлением межатомной оси $\boldsymbol{L}$ и обозначим как $\boldsymbol{b}_1$ и $\boldsymbol{b}_2$ – прицельные параметры при столкновении мезоатома с первым и со вторым ядрами (молекулы D_2) соответственно.

Пусть мезоатом в результате столкновения с первым ядром с вероятностью $W_{n1}(\boldsymbol{b}_1)$ переходит из основного состояния $|1\rangle$ в возбужденное $|n\rangle$, а с вероятностью $W_{pn}(\boldsymbol{b}_2)$ происходит ионизация мезоатома, находящегося в состоянии $|n\rangle$ при его столкновении со вторым ядром молекулы. Малость размеров мезоатома по сравнению с расстоянием между ядрами молекулы позволяет считать столкновения независимыми. Тогда вероятность ионизации при таком двухступенчатом процессе может быть определена как

$$W_{\text{ion}}(\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2)=\sum_n W_{n1}(\boldsymbol{b}_1)W_{pn}(\boldsymbol{b}_2)\,, \tag{1}$$

где проводится суммирование по всем возможным возбужденным состояниям. Для получения сечения необходимо проинтегрировать (1) по прицельному параметру $\boldsymbol{b}_1$ и усреднить по углам ориентации оси молекулы Ω_L:

$$\Delta\sigma=\frac{1}{\Omega_L}\int d\Omega_L\int d^2b_1W_{\text{ion}}(\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2)\,, \tag{2}$$

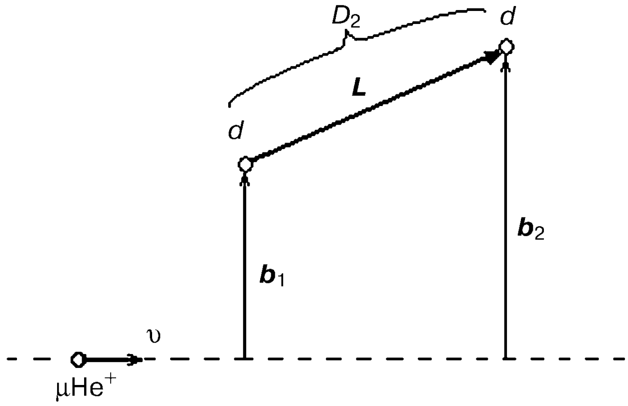

Рис. 1. Рассеяние мезоатома $(\mu\text{He})^+$ на двух центрах

где Ω_L – телесный угол, в котором расположена ось молекулы D_2. Будем считать, что $\Omega_L \ll 4\pi$, т.е. молекулы выстроены. Тогда $d\Omega_L = d^2b_2/L^2$ и

$$\Delta\sigma=\frac{1}{\Omega_LL^2}\int d^2b_2\int W_{ion}d^2b_1=\frac{1}{\Omega_LL^2}\sum_n\int d^2b_2\int d^2b_1W_{n1}(\boldsymbol{b}_1)W_{pn}(\boldsymbol{b}_2)\,. \tag{3}$$

Для проведения интегрирования в формуле (3) введем σ_{n1} – сечение перехода мезоатома из основного состояния в возбужденное в результате первого столкновения и σ_{pn} – сечение ионизации мезоатома из возбужденного состояния в результате второго столкновения, причем

$$\sigma_{n1}=\int W_{n1}(\boldsymbol{b}_1)d^2b_1\,,\qquad \sigma_{pn}=\int W_{pn}(\boldsymbol{b}_2)d^2b_2\,. \tag{4}$$

Как видно из рис. 1, при изменении $\boldsymbol{b}_1$ изменяется и $\boldsymbol{b}_2$, однако если считать выполненным неравенство $\sigma_{n1}\ll\sigma_{pn}$, имеющее простой смысл: сечение ионизации из возбужденного состояния больше сечения возбуждения из основного состояния[1]. Тогда при выполнении интегрирования по d^2b_1 в формуле (3) можно считать, что $\boldsymbol{b}_2$ не меняется при изменении $\boldsymbol{b}_1$, и интегрировать по d^2b_1 и d^2b_2 независимо. В результате поправка к сечению однократной ионизации за счет двухступенчатых процессов примет следующий наглядный вид:

$$\Delta\sigma=\frac{1}{S}\sum_{n=2}^{n_1}\sigma_{n1}\sigma_{pn}\,, \tag{5}$$

где $S=\Omega_LL^2$. В формуле (5) суммирование начинается с первого возбужденного уровня мезоатома $(\mu\text{He})^+$, а заканчивается на некотором номере возбужденного состояния n_1, определение значений которого мы опишем ниже. Сечение перехода мезоатома из основного состояния $|1\rangle$ в возбужденное $|n\rangle$ в результате первого столкновения в борновском приближении следующее [4]:

$$\sigma_{n1}=\frac{8\pi Z^2}{\upsilon^2Z_a^2}\int\limits_{q_{\min}}^{\infty}\frac{dq}{q^3}2^8n^7q^2\frac{\left[(n-1)^2+(qn)^2\right]^{n-3}}{\left[(n+1)^2+(qn)^2\right]^{n+3}}\left[\frac{n^2-1}{3}+(qn)^2\right]. \tag{6}$$

[1] Например, из формул (6) и (7) отношение $\sigma_{n1}/\sigma_{p2}\approx 0{,}3$ для $\upsilon=4$ и убывает как n^{-5} для $n\gg1$ (согласно формулам (7) – (9)).

Здесь υ – скорость мезоатома; $q_{\min} = (\varepsilon_n - \varepsilon_1)/Z_a\upsilon = Z_a(1-n^{-2})/(2\upsilon)$; ε_n – водородоподобные уровни энергии состояний $|n\rangle$ мезоатома с зарядом ядра Z_a; n – главное квантовое число. Здесь и далее принята система мезоатомных единиц, в которой $\hbar = e = m_\mu = 1$, где $\hbar$ – постоянная Планка; e – заряд электрона; m_μ – масса μ-мезона. Сечение ионизации возбужденных состояний $|n\rangle$ мезоатома, согласно [5], для $n >> 1$ равно

$$\sigma_{pn} \approx 4\pi \frac{Z^2}{Z_a^2\upsilon^2}\left(n^2 - \frac{Z_a^2}{4\upsilon^2}\right). \tag{7}$$

Для получения поправки к сечению однократной ионизации выражения (6) и (7) следует подставить в формулу (5), в результате получим

$$\Delta\sigma = \frac{1}{S}\frac{32\pi^2 Z^4}{\upsilon^4 Z_a^4}\sum_{n=2}^{n_1} 2^8 n^7\left(n^2 - \frac{Z_a^2}{\upsilon^2}\right)\int_{q_{\min}}^{\infty}\frac{dq}{q^3}q^2\frac{\left[(n-1)^2+(qn)^2\right]^{n-3}}{\left[(n+1)^2+(qn)^2\right]^{n+3}}\left[\frac{n^2-1}{3}+(qn)^2\right]. \tag{5a}$$

Опишем процедуру получения значений n_1-верхнего предела при выполнении суммирования в формуле (5а). В данном двухступенчатом процессе второе столкновение можно характеризовать сечением σ_{pn}, если размер мезоатома в возбужденном состоянии $|n\rangle$ много меньше L – размера молекулы D_2. Именно тогда справедлива формула (3) и формула (5) следует из (2). При $n >> 1$, с учетом соотношения

$$\frac{\left[(n-1)^2+(qn)^2\right]^{n-3}}{\left[(n+1)^2+(qn)^2\right]^{n+3}} \approx \frac{1}{n^{12}(1+q^2)^6}\exp\left(-\frac{4}{1+q^2}\right),$$

выражение (6) нетрудно преобразовать к виду

$$\sigma_{n1} = \frac{8\pi Z^2}{\upsilon^2 Z_a^2}\frac{1}{n^3}2^8\int_{q_{\min}}^{\infty}\frac{dq}{q^3}\left(q^2+\frac{1}{3}\right)\left(1+q^2\right)^{-6}\exp\left(-\frac{4}{1+q^2}\right). \tag{8}$$

Интеграл, входящий в формулу (8), допускает аналитическое интегрирование и при малых $q_{\min} << 1$ может быть представлен в виде

$$\int_{q_{\min}}^{\infty}\frac{dq}{q}\left(q^2+\frac{1}{3}\right)\left(1+q^2\right)^{-6}\exp\left(-\frac{4}{1+q^2}\right) = \frac{1}{3}e^{-4}\ln\left(\frac{2\times 0{,}524}{q_{\min}}\right), \tag{9}$$

где для $n >> 1$ $q_{\min} = 1/\upsilon$. Таким образом, если при $n >> 1$ σ_{n1} ведет себя как $1/n^3$, а σ_{pn} – как n^2, то $\Delta\sigma$ ведет себя как $\ln n_1$, т.е. $\Delta\sigma$ слабо (логарифмически) зависит от параметра обрезания n_1. Поэтому оценить значение n_1 можно из равенства размера мезоатома $(\mu\mathrm{He})^+$ в состоянии $|n_1\rangle$ и размера L молекулы D_2. В результате $n_1 \approx 20$.

Полное сечение ионизации мезоатома σ_{ion} является суммой σ_{p1}-сечения ионизации из основного состояния в однократном столкновении и $\Delta\sigma$-поправки (5) за счет двукратных столкновений:

$$\sigma_{\mathrm{ion}} = \sigma_{p1} + \Delta\sigma = \sigma_{p1}\left(1 + \frac{\Delta\sigma}{\sigma_{p1}}\right).$$

При расчетах мы использовали для σ_{p1}-сечения ионизации водородоподобного атома следующее известное [4] выражение (асимптотика Бете):

$$\sigma_{p1} = \frac{4\pi Z^2}{\upsilon^2 Z_a^2}0{,}285\cdot\ln\frac{\upsilon^2}{Z_a^2\cdot 0{,}012}.$$

Поэтому из (5а) получим

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_{p1}} \equiv \frac{\delta}{S},$$

где приведенная поправка

$$\delta = \frac{8\pi 2^8 Z^2}{\upsilon^2 Z_a^2}\left(0,285 \cdot \ln \frac{\upsilon^2}{Z_a^2 \cdot 0,012}\right)^{-1} \times$$
$$\times \sum_{n=2}^{20} n^7 \left(n^2 - \frac{Z_a^2}{\upsilon^2}\right) \int_{q_{\min}}^{\infty} \frac{dq}{q^3} q^2 \frac{\left[(n-1)^2 + (qn)^2\right]^{n-3}}{\left[(n+1)^2 + (qn)^2\right]^{n+3}} \left[\frac{n^2-1}{3} + (qn)^2\right]. \quad (10)$$

Здесь $S = \Omega_L L^2$; $q_{\min} = 2Z_a(1-n^{-2})/\upsilon$.

Используя формулу (10), мы рассчитали δ для различных значений скорости мезоатома. На рис. 2 представлены значения δ-приведенной поправки к сечению ионизации в зависимости от скорости мезоатома υ (все величины приведены в мезоатомных единицах). Отношение $\Delta\sigma/\sigma_{p1}$ следующим образом выражается через приведенную поправку: $\Delta\sigma/\sigma_{p1} = \delta/S$, где $S = \Omega_L L^2$. В мезоатомных единицах $L \approx 288$, поэтому, зная δ, можно найти отношение $\Delta\sigma/\sigma_{p1}$ по формуле $\Delta\sigma/\sigma_{p1} = = 1,21 \cdot 10^{-5} \cdot \delta\left(\Omega_L\right)^{-1}$, где значения Ω_L следует подставлять в радианах. Поэтому, как видно из рис. 2, поправки за счет двукратных столкновений к сечению ионизации могут оказаться заметными при малых углах выстроенности Ω_L.

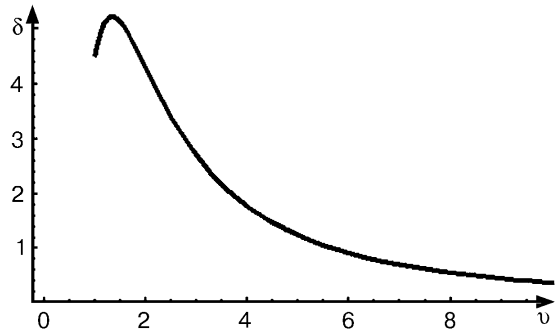

Рис. 2. Зависимость приведенной поправки δ к сечению ионизации от скорости мезоатома

Авторы благодарят Министерство образования Российской Федерации (грант Е02-3.2-512) за финансовую поддержку работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Герштейн С.С., Петров Ю.В., Пономарев Л.И. и др. // ЖЭТФ. – 1981. – Т. 80. – С. 1690.
2. Bracci L., Fiorentini G. // Nucl. Phys. – 1981. – V. 364A. – P. 383.
3. Mueller R.O., Hughes V.W., Rosenthal H. // Phys. Rev. – 1975. – V. 11. – P. 1175.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. – М.: Наука, 1989.
5. Cohen J.S. // Phys. Rev. A. – 1987. – V. 35. – P. 1419.

Поморский госуниверситет им. М.В. Ломоносова
Архангельский государственный технический университет
E-mail: matveev.victor@pomorsu.ru

Поступила в редакцию 02.03.04,
после доработки – 15.02.05.