

ИОНИЗАЦИОННЫЕ ПОТЕРИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СТРУКТУРНЫХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ С АТОМАМИ

*В. И. Матвеев**

*Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова
163006, Архангельск, Россия*

Поступила в редакцию 18 июня 2001 г.

Развита непертурбативная теория потерь энергии при столкновениях движущихся с релятивистскими скоростями структурных высокозарядных тяжелых ионов с атомами. Получена простая формула для эффективного торможения. Под структурными ионами в рамках данной работы понимаются ионы, содержащие частично заполненные электронные оболочки. Именно такие ионы, как правило, имеющие значительный заряд (например, частично «ободренные» ионы урана) используются во многих экспериментах на современных ускорителях тяжелых ионов.

PACS: 34.50.Bw, 11.80.Fv

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что неупругие процессы, сопровождающие столкновения релятивистских ионов достаточно больших зарядов с атомами не могут быть описаны [1, 2] в рамках теории возмущений даже при сколь угодно больших энергиях столкновения. Последовательная непертурбативная теория потерь энергии релятивистских «голых» тяжелых ионов на свободных электронах развита в работе [3]. Однако часто в экспериментах используются частично ободренные ионы, кроме того, при движении быстрого иона в среде в результате процессов перезарядки и потерь электронов устанавливается некоторый равновесный заряд иона, меньший заряда голого иона. При расчетах торможения поле экранированного иона обычно описывается как поле точечного заряда, хотя в принципе ясно, что при столкновениях с малыми параметрами удара или большими переданными импульсами ион ведет себя как голый неэкранированный заряд, а при столкновениях с большими параметрами удара или малыми переданными импульсами ион ведет себя как экранированный заряд. Другими словами, представляется необходимым рассматривать тормозящийся ион не

как точечную частицу, а как протяженную структурную частицу размером порядка размера электронных оболочек, на которых расположены электроны при установившемся равновесном заряде иона. В ряде работ (см., например, [4–6]) подобные эффекты рассматривались в рамках теории возмущений, область применимости которой требует выполнения неравенства $Z/v \ll 1$, где Z — заряд налетающей частицы, v — относительная скорость столкновения (здесь и далее используются атомные единицы $\hbar = m_e = e = 1$). Для последовательного учета наличия электронной «шубы» тяжелого релятивистского иона необходимо непертурбативное рассмотрение. В последнее время выполнены эксперименты (см., например, [7–10] и указанные там ссылки), где исследованы потери энергии ионов настолько больших зарядов, что для них область применимости борновского приближения, строго говоря, не достигается [1] даже при $v \approx c$ (c — скорость света), так что часто оказывается $Z/v \sim 1$.

В настоящей работе развита непертурбативная теория потерь энергии при столкновениях движущихся с релятивистскими скоростями структурных высокозарядных тяжелых ионов с нерелятивистскими атомами. Получена простая формула для эффективного торможения.

*E-mail: matveev.victor@pomorsu.ru

2. ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ С ОТДЕЛЬНЫМИ АТОМАМИ

Для простоты рассмотрим сначала столкновение релятивистского тяжелого иона с атомом водорода. Согласно [11], весь интервал $0 < b < \infty$ возможных значений параметра удара b можно разбить на три области:

$$A) 0 < b < b_0, \quad B) b_0 < b < b_1, \quad C) b_1 < b < \infty, \quad (1)$$

соответствующие малым, средним и большим параметрам удара. Вычислим эффективное торможение [12] κ в каждой из областей (1) и получим полное эффективное торможение, сложив вклады от трех областей. При этом точные значения границ для нас несущественны, поскольку зависимость κ в каждой области от параметров b_1 и b_0 оказывается логарифмической, что приводит к сшивке вкладов смежных областей и исключает зависимость от параметров сшивки b_1 и b_0 в окончательном ответе. Необходимо иметь в виду, что сокращение логарифмических слагаемых является необходимым, но отнюдь не достаточным условием корректности сшивки. В каждой из трех областей мы будем применять специфическое для выбранной области приближение и разным областям будут соответствовать разные приближения. Тогда условием достаточности корректности сшивки будет условие равноправной применимости используемых в смежных областях приближений, содержащей внутри себя в некоторой окрестности параметр сшивки.

A) Область малых параметров удара: $0 < b < b_0$. При столкновениях с малыми параметрами удара или большими переданными импульсами можно считать [13] атомные электроны свободными и покоящимися до рассеяния, а ион описывать как голый незранированный заряд Z . Это позволяет воспользоваться результатом [3], причем, согласно численным расчетам, до $\gamma \leq 10$ и зарядов иона ≤ 92 эффективное торможение можно представить в часто используемом виде

$$\kappa(b < b_0) = \frac{4\pi Z^2}{v^2} \times \left(\ln(b_0 \gamma v \eta) - \frac{1}{2} \beta^2 + \Delta L_{Bloch} + \Delta L_{Mott} \right), \quad (2)$$

где

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}, \quad \eta = 1.781,$$

ΔL_{Bloch} и ΔL_{Mott} — поправки Блоха [14] и Мотта [15], эффективно отличающиеся от нуля [3] лишь

при малых параметрах удара. Учет поправки Мотта лишь в области малых параметров удара нуждается в дополнительных комментариях. Поправка Мотта возникает из-за разницы между резерфордским сечением и точным сечением [16] квантового релятивистского рассеяния в кулоновском поле. В нашем случае атомный электрон до столкновения всегда нерелятивистский, приобрести же релятивистские скорости при столкновении с ионом такой электрон может лишь в области малых параметров удара (подробные оценки для этого и других разделов см. в разд. 3).

B) Промежуточная область: $b_0 < b < b_1$. Ограничимся рассмотрением столкновений с легкими (нерелятивистскими) атомами. В этом случае, как и в [4–6], можно пренебречь процессами возбуждения электронных оболочек иона и рассматривать налетающий структурный ион как протяженный заряд. Следуя [4–6, 17], будем считать, что ядро налетающего иона имеет заряд Z , а его N_i электронов распределены вокруг ядра с плотностью

$$\rho(r) = -\frac{N_i \lambda}{4\pi \lambda^3 r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda}\right),$$

где λ — параметр экранирования. Кулоновское взаимодействие иона, расположенного в точке \mathbf{R} , с атомным электроном, расположенным в точке \mathbf{r} , имеет вид

$$U(\mathbf{R}; \mathbf{r}) = -\frac{Z(1-\nu)}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|} - \frac{Z\nu}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}|} \exp\left(-\frac{1}{\lambda}|\mathbf{r}-\mathbf{R}|\right), \quad (3)$$

где мы ввели относительное число электронов иона $\nu = N_i/Z$. Обычно координаты иона и электрона записывают, вводя прицельный параметр \mathbf{b} и \mathbf{s} — проекцию координат \mathbf{r} атомного электрона на плоскость параметра удара:

$$\mathbf{R} = (X, \mathbf{b}), \quad \mathbf{r} = (x, \mathbf{s}).$$

Сечение перехода нерелятивистского атома водорода из состояния $|0\rangle$ в состояние $|n\rangle$ в результате столкновения с релятивистским ионом в приближении эйконала имеет вид (см., например, [11])

$$\sigma_n = \int d^2b | \langle n | 1 - \exp\left\{ -\frac{i}{v} \int dX U(\mathbf{R}; \mathbf{r}) \right\} | 0 \rangle |^2. \quad (4)$$

Эта формула справедлива, если в области $b_0 < b < b_1$ параметров удара атомный электрон получает в результате столкновения импульс много меньший c и может считаться до и после столкновения нерелятивистским. Именно это позволяет использовать

(см. также [18, 19]) для сечений формулу (4) с потенциалом в виде статического кулоновского (и не учитывать в этой области и в области C поправку Мотта).

Стандартный прием [20, 21] при вычислении эйкональной фазы для кулоновского потенциала состоит в следующем:

$$U(\mathbf{R}; \mathbf{r}) = U((X, \mathbf{b}); (x, \mathbf{s}))$$

заменяют на

$$U'((X, \mathbf{b}); (x, \mathbf{s})) = U((X, \mathbf{b}); (x, \mathbf{s})) - U((X, \mathbf{b}); (x, 0))$$

и интеграл от U' по dX записывают, опуская штрих. В результате интегрирования имеем

$$\begin{aligned} \frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} U dX = 2i \frac{Z^*}{v} \ln \frac{|\mathbf{b} - \mathbf{s}|}{b} + \\ + 2i\nu \frac{Z}{v} \left[K_0 \left(\left| \mathbf{b} - \mathbf{s} \right| \frac{1}{\lambda} \right) - K_0 \left(\frac{b}{\lambda} \right) \right], \quad (5) \end{aligned}$$

где $Z^* = Z(1 - \nu)$, $K_0(x)$ и $K_1(x)$ — функции Макдональда. Специфика столкновений ионов больших зарядов с атомами состоит в том, что сечения неупругих процессов, как правило, довольно велики и существенно превышают атомные размеры. Имея в виду это обстоятельство, будем считать, что $s/b \ll 1$, тогда (5) можно переписать как

$$\frac{i}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} U dX = i\mathbf{q} \cdot \mathbf{s}, \quad (6)$$

где вектор

$$\mathbf{q} = \frac{2Z(1 - \nu)}{vb} \left[1 + \frac{\nu}{1 - \nu} \frac{b}{\lambda} K_1 \left(\frac{b}{\lambda} \right) \right] \frac{\mathbf{b}}{b}, \quad (7)$$

очевидно, имеет смысл импульса, передаваемого атомному электрону при его столкновении с ионом при значении параметра удара \mathbf{b} . При этом предельные значения \mathbf{q} имеют прозрачный физический смысл:

$$\mathbf{q} \rightarrow \frac{2Z(1 - \nu)\mathbf{b}}{vb^2} \quad \text{при } b \rightarrow \infty,$$

что соответствует рассеянию на экранированном ионе заряда $Z(1 - \nu)$;

$$\mathbf{q} \rightarrow \frac{2Z\mathbf{b}}{vb^2} \quad \text{при } b \rightarrow 0,$$

что соответствует рассеянию на голом ионе заряда Z . Таким образом, сечение (4) неупругого процесса для ортогональных $|n\rangle$ и $|0\rangle$ примет вид

$$\sigma_n = \int d^2b | \langle n | \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) | 0 \rangle |^2 = \int d^2b |f_{0n}|^2,$$

где обобщенный неупругий формфактор

$$f_{0n} = \langle n | \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) | 0 \rangle.$$

Эффективное торможение [12] равно

$$\kappa = \sum_n (\epsilon_n - \epsilon_0) \sigma_n = \sum_n (\epsilon_n - \epsilon_0) \int d^2b |f_{0n}|^2, \quad (8)$$

где ϵ_n и ϵ_0 — энергии состояний $|n\rangle$ и $|0\rangle$, $f = \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r})$. Следуя [12], нетрудно получить, что эффективное торможение в области $b_0 < b < b_1$ представляется в виде

$$\kappa(b_0 < b < b_1) = \frac{1}{2} \int_{b_0}^{b_1} q^2 2\pi b db. \quad (9)$$

Входящий сюда интеграл легко вычисляется аналитически, и при выполнении условий

$$\frac{b_0}{\lambda} \ll 1, \quad \frac{b_1}{\lambda} \gg 1 \quad (10)$$

вклад в эффективное торможение от области промежуточных значений параметра удара логарифмически зависит от параметров шивки (b_0 и b_1) и равен

$$\begin{aligned} \kappa(b_0 < b < b_1) = \frac{4\pi Z^2(1 - \nu)^2}{v^2} \ln b_1 + \\ + \frac{4\pi Z^2}{v^2} \ln \left[\frac{1}{b_0} \left(\frac{2\lambda}{\eta} \right)^{\nu(2-\nu)} \right]. \quad (11) \end{aligned}$$

C) Область больших параметров удара: $b_1 < b < \infty$. Здесь взаимодействие иона с атомом может быть учтено по теории возмущений, причем для больших параметров удара на атом действует поле экранированного иона, т. е. видимый заряд иона равен $Z^* = Z(1 - \nu)$. Соответствующее эффективное торможение равно [11]

$$\kappa(b > b_1) = 4\pi \frac{(Z^*)^2}{v^2} \left\{ \ln \frac{2v}{\eta I b_1 \sqrt{1 - \beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right\}. \quad (12)$$

Здесь, следуя [13], мы ввели «среднюю» атомную энергию I .

Полное торможение получаем, суммируя вклады от трех областей:

$$\kappa = \kappa(b < b_0) + \kappa(b_0 < b < b_1) + \kappa(b > b_1).$$

В результате имеем

$$\begin{aligned} \kappa = & \frac{4\pi Z^2(1-\nu)^2}{v^2} \left(\ln \frac{2v}{\eta I \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right) + \\ & + \frac{4\pi Z^2}{v^2} \left(\ln \frac{v\eta}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} + \ln \left[\left(\frac{2\lambda}{\eta} \right)^{\nu(2-\nu)} \right] \right) + \\ & + \Delta L_{Bloch} + \Delta L_{Mott} \end{aligned} \quad (13)$$

Обобщение этой формулы на случаи столкновений релятивистских структурных тяжелых ионов со сложными атомами проводится стандартным [12] способом: правая часть формулы умножается на число атомных электронов N_a , а соответствующая атомная характеристика I в (12) вычисляется для сложного атома. Кроме того, как не трудно видеть, в рамках предложенного подхода можно непосредственно учитывать то обстоятельство, что число электронов иона N_i (а следовательно, и $\nu = N_i/Z$) при учете процессов захватов и потерь оказывается зависящим от параметров мишени, заряда иона и относительной скорости столкновения.

3. ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ ПОДХОДА

Значения границ областей (1) и условия применения развитого подхода нуждаются в дополнительных комментариях. Разбиение всех возможных значений параметра удара на три области соответствует трем различным приближениям. Область малых параметров удара A — это область применимости метода Линдхарда и Соренсона [3] со следующими оговорками. Атомные электроны могут считаться свободными, если время столкновения

$$\tau \sim \frac{b\sqrt{1-\beta^2}}{v} \ll 1$$

— характерного атомного времени, откуда $b \ll v\gamma$. При выполнении этого неравенства атомные электроны рассеиваются как свободные на неэкрамированном ядре иона, если $b \ll \lambda$, характерного размера электронной «шубы» иона. Основной вклад в поправку Блоха вносят [3] угловые моменты l (связанные с прицельным параметром b обычным соотношением $l = v\gamma b$), такие что $0 \leq l^2 \leq (Z/2v)^2$, или параметры удара, такие что $0 \leq b \leq Z/2v\gamma$. Поправка Мотта существенна, если атомный электрон в результате столкновения с релятивистским ионом приобретает скорость в кулоновском поле

$\Delta v \sim 2Z/(vb) \sim c$ и становится релятивистским, или при столкновениях с параметрами удара

$$0 \leq b \leq \frac{2Z}{vc}$$

Отметим, что в нашем случае

$$\frac{2Z}{vc} < \frac{Z}{2v\gamma}$$

Таким образом, строго говоря, необходимо указать, что область A расположена в границах $0 < b < b'_0$ где $b'_0 \gg Z/2v\gamma$. Область средних параметров удара B есть область применимости приближения эйконала в виде (4) и расположена [11, 18, 19] в границах $b''_0 < b < b'_1$, где

$$b''_0 \gg \frac{2Z}{vc}, \quad b'_1 \ll \frac{v}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Область больших параметров удара C — это область применимости теории возмущений, что соответствует малости эйкональной фазы (6), которая при больших b оценивается как

$$qs \sim \frac{2Z^*}{vb} d \ll 1,$$

где $d \sim 1$ — характерный размер атома. Поэтому область C расположена в границах $b''_1 < b < \infty$, где $b''_1 \gg 2Z^*/v$.

Таким образом, значения (1) b_0 и b_1 лежат в интервалах перекрытия смежных областей и удовлетворяют следующим неравенствам:

$$b''_0 < b_0 < b'_0, \quad b''_1 < b_1 < b'_1$$

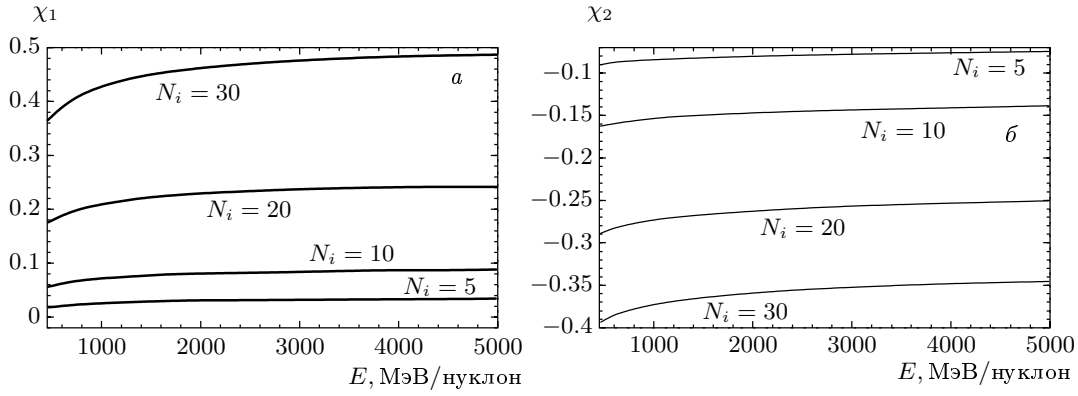
или

$$\frac{2Z}{vc} \ll b_0 \ll \frac{Z}{2v\gamma}, \quad \frac{2Z^*}{v} \ll b_1 \ll v\gamma. \quad (14)$$

Кроме того, для проведения корректной сшивки, при которой значения границ областей выпадают из конечной формулы (13), мы требовали выполнения неравенств (10), которые теперь можно переписать в более удобном виде

$$\frac{1}{\gamma v} \ll \lambda \ll \gamma v, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (15)$$

Нетрудно видеть, что неравенства (14) и (15) (наряду с условиями $b_0 < b_1$ и $b_0 < \lambda$) совместны и выполнимы во многих практически важных случаях, когда исследуются столкновения релятивистских тяжелых ионов с легкими (нерелятивистскими) атомами, в том числе и в рассматриваемых нами, когда $Z \leq 92$ и $\gamma \leq 10$. Необходимо отметить



Зависимость относительных поправок χ_1 (а), χ_2 (б) от энергии падающего иона для заряда ядра иона $Z = 92$ с различным числом экранирующих электронов $N_i = 5, 10, 20, 30$

также, что условие (15) выполняется в достаточно широком диапазоне изменения величины параметра экранирования λ , но при этом не позволяет провести непосредственный предельный переход $\lambda \rightarrow 0$ либо $\lambda \rightarrow \infty$ в формуле (13).

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОЦЕНКИ

Для описания поправки за счет протяженности заряда иона и выяснения роли различных областей параметров удара введем относительные поправки χ_1 и χ_2 . Поправка

$$\chi_1 = \frac{\kappa - \kappa_{point}(Z^*)}{\kappa_{point}(Z^*)},$$

где

$$\kappa_{point}(Z^*) = \frac{4\pi(Z^*)^2}{v^2} \times \left(\ln \frac{2v^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 + \Delta L_{Bloch} + \Delta L_{Mott} \right) \quad (16)$$

— эффективное торможение [22] точечного ядра заряда Z^* , а поправка

$$\chi_2 = \frac{\kappa - \kappa_{point}(Z)}{\kappa_{point}(Z)}$$

аналогична поправке χ_1 с той разницей, что $\kappa_{point}(Z)$ — эффективное торможение точечного голого ядра заряда Z . Поведение относительных поправок χ_1 и χ_2 представлено на рисунке. При расчетах параметр экранирования λ мы, следуя [4, 17] (см. также [5, 6]), вычисляли по формуле

$$\lambda = g \frac{v^{2/3}}{1-v/7} \frac{a}{Z^{1/3}}, \quad g = 0.3 \frac{3\pi^2}{50} \Gamma\left(\frac{1}{3}\right) \approx 0.48,$$

где a — боровский радиус (хотя, в принципе, a может рассматриваться как параметр, описывающий эффективный размер иона при наличии возбужденных электронных оболочек иона).

В часто встречающихся случаях $Z \gg 1$ и $Z^* \gg 1$, соответствующих $\nu \ll 1$, мы можем сохранить только линейные по $\nu \ll 1$ члены, тогда

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{4\pi(Z^*)^2}{v^2} \times \\ &\times \left(\ln \frac{2v^2}{I(1-\beta^2)} - \beta^2 + \Delta L_{Bloch} + \Delta L_{Mott} \right) + \\ &+ \frac{8\pi(Z^*)^2}{v^2} \nu \left(\ln \frac{2v\lambda}{\eta\sqrt{1-\beta^2}} + \Delta L_{Bloch} + \Delta L_{Mott} - \right. \\ &\left. - \frac{Z^*}{2} \frac{d}{dZ^*} (\Delta L_{Bloch} + \Delta L_{Mott}) \right). \quad (17) \end{aligned}$$

В правой части формулы (17) (как и в (16)) значения ΔL_{Bloch} и ΔL_{Mott} и их производных вычисляются для точечного заряда Z^* . Первое слагаемое в этой формуле представляет эффективное торможение точечного иона заряда Z^* , тогда как второе слагаемое является поправкой за счет конечного размера иона. Могут быть сделаны следующие выводы. Учет протяженности заряда иона приводит к заметному возрастанию эффективного торможения κ иона, по сравнению с торможением κ_{point} точечного ядра того же заряда Z^* . При этом порядок роста потерь энергии может быть оценен как

$$(\kappa - \kappa_{point})/\kappa_{point} \geq \nu,$$

где $\nu = N_i/Z$ — относительное число электронов на оболочках иона. Так, например, ион урана с 10 электронами в связанных состояниях испытывает

торможение примерно на 10% большее, чем движущееся с той же энергией голое точечное ядро заряда 82 и той же массы.

Автор благодарит Министерство образования Российской Федерации и Российский фонд фундаментальных исследований за финансовую поддержку работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Eichler and W. E. Meyrhof, *Relativistic Atomic Collisions*, Academ. Press Inc., New York (1995).
2. J. Eichler, Phys. Rep. **193**, 167 (1990).
3. J. Lindhard and A. Sorensen, Phys. Rev. A **53**, 2443 (1996).
4. Г. Л. Юдин, ЖТФ **55**, 9 (1985).
5. G. Maynard, D. Gardes, M. Chabot et al., Nucl. Instr. Meth. B **146**, 88 (1998).
6. G. Maynard, M. Chabot, and D. Gardes, Nucl. Instr. Meth. B **164/165**, 139 (2000).
7. E. E. Zhurkin and S. D. Bogdanov, Nucl. Instr. Meth. B **164/165**, 230 (2000).
8. H. Weick, H. Geissel, and C. Scheidenberger, Nucl. Instr. Meth. B **164/165**, 168 (2000).
9. C. Scheidenberger and H. Geissel, Nucl. Instr. Meth. B **135**, 25 (1998).
10. C. Scheidenberger, H. Geissel, H. N. Mikelsen et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 3987 (1996).
11. В. И. Матвеев, С. Г. Толманов, ЖЭТФ **107**, 1780 (1995).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
13. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).
14. F. Bloch, Ann. der Phys. **16**, 285 (1933).
15. N. F. Mott, Proc. Roy. Soc. A **124**, 425 (1929).
16. J. A. Doggett and L. V. Spenser, Phys. Rev. **103**, 1597 (1956).
17. W. Brandt and M. Kitagawa, Phys. Rev. B **52**, 5631 (1982).
18. В. И. Матвеев, Х. Ю. Рахимов, ЖЭТФ **114**, 1646 (1998).
19. V. I. Matveev, Kh. Yu. Rakhimov, and D. U. Matrasulov, J. Phys. B **32**, 3849 (1999).
20. J. Eichler, Phys. Rev. A **15**, 1856 (1977).
21. В. И. Матвеев, ЭЧАЯ **26**, 780 (1995).
22. S. P. Ahlen, Rev. Mod. Phys. **52**, 121 (1980).