

ИЗЛУЧЕНИЕ И ЭЛЕКТРОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ АТОМА С УЛЬТРАКОРОТКИМ ИМПУЛЬСОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

В. И. Матвеев *

*Поморский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
Архангельский государственный технический университет
163006, Архангельск, Россия*

Поступила в редакцию 27 мая 2002 г.,
после переработки 5 мая 2003 г.

Рассмотрены электронные переходы и излучение атома при его взаимодействии с пространственно-неоднородным ультракоротким импульсом электромагнитного поля, получены вероятности возбуждения и ионизации, а также спектры и сечения переизлучения атомом такого импульса. В качестве примера рассмотрены одноэлектронные и двухэлектронные неупругие процессы, сопровождающие взаимодействие ультракоротких импульсов с водородоподобными и гелиеподобными атомами. Развита методика позволяет провести точный учет пространственной неоднородности поля ультракороткого импульса и импульсов фотонов в процессах переизлучения.

PACS: 32.80.Rm, 32.80.Fb

1. ВВЕДЕНИЕ

Обычно исследования процессов взаимодействия атомов с импульсами электромагнитного поля, например лазерного излучения, проводятся для импульсов длительностью, значительно превышающей характерные периоды времени атома-мишени. Взаимодействие импульсов большой протяженности с атомами порождает исключительно богатую в теоретическом и экспериментальном плане картину. Результаты исследований посвящено значительное количество обзорных статей и монографий. Проводящиеся в настоящее время теоретические исследования во многом соответствуют экспериментальным тенденциям к созданию более мощных лазеров и генерации ультракоротких импульсов. Достигнутый прогресс в технологии лазеров сделал реальными источники лазерных импульсов длительностью 20–30 фс с пиковой интенсивностью до 10^{21} Вт/см² [1, 2]. Сообщается о генерации импульсов длительностью 4 фс [3]. Следует отметить, что электромагнитные импульсы длительностью 0.25 фс недавно наблюдались [4] экспериментально. Потреб-

ности эксперимента и усложнение физической ситуации привели к дальнейшему развитию [5, 6] теории Келдыша, модификации и развитию кулон-борновского приближения [7–11], позволяющего одновременно учесть как сильного переменного поля, так и кулоновского поля атомного остатка; к развитию и построению релятивистских теорий туннельной и многоквантовой ионизации [12, 13]; стимулировали развитие численных подходов для расчетов вероятностей переходов атомных электронов в сильных полях (см., например, работы [14, 15] и приведенные там ссылки). В то же время в литературе активно обсуждаются (см., например, работы [16–19]) способы генерации ультракоротких импульсов субфемтосекундного диапазона и более коротких — длительностью до 10^{-21} – 10^{-22} с [19]. Это может открыть новые перспективы для исследования взаимодействия ультракоротких импульсов электромагнитного поля с веществом. В частности, становятся актуальными исследования процессов, сопровождающих взаимодействие атомов с ультракороткими импульсами сильного электромагнитного поля длительностью меньшей, чем характерные атомные периоды. Оценим значения параметра Келдыша

*E-mail: matveev.victor@pomorsu.ru

$$\gamma = \frac{(2Im)^{1/2}\omega}{eE},$$

где \mathcal{I} — потенциал ионизации атома, m и e — масса и заряд электрона, E — напряженность внешнего поля частоты ω . Атомная единица времени равна $2.42 \cdot 10^{-17}$ с. Для импульса длительностью $(1/3) \cdot 10^{-17}$ с, энергия фотона приблизительно равна 1.24 кэВ. Пусть интенсивность падающего излучения порядка 10^{21} Вт/см², тогда для атома водорода $\gamma \approx 0.4$. Такое значение параметра Келдыша говорит о неприменимости теории возмущений для описания взаимодействия атомов с ультракороткими импульсами сильного электромагнитного поля.

Дополнительную возможность [20] (см. также [21]) для изучения процессов взаимодействия атомов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля и непосредственное экспериментальное подтверждение исследуемых процессов можно получить, используя столкновительные эксперименты. Например, в экспериментах, описанных в работе [20], исследовалась двойная и однократная ионизация атома гелия ударом иона урана U^{92+} с энергией 1 ГэВ/нуклон и моделировался сверхинтенсивный импульс ($I > 10^{19}$ Вт/см²) длительностью 10^{-18} с. Получение таких параметров импульса электромагнитного поля другими методами в настоящее время крайне затруднительно. Известно [22], что поля, создаваемые релятивистскими и ультрарелятивистскими заряженными частицами близки по своим свойствам к полю световой волны. Именно это обстоятельство позволяет использовать так называемый метод эквивалентных фотонов [22, 23], основанный на замене виртуальных фотонов на реальные кванты светового поля. Для полей, создаваемых достаточно большими зарядами ($Z > 72$), теория возмущений неприменима [24] даже при сколь угодно больших энергиях столкновения, что вызывает необходимость описывать процессы в таких полях непertурбативными методами. Один из наиболее современных подходов состоит в следующем. Хорошо известно [25], что поле заряда, движущегося равномерно и прямолинейно с ультрарелятивистской скоростью, сосредоточено в плоскости, перпендикулярной направлению движения заряда и проходящей через точку расположения заряда в данный момент времени. Однако в явной форме это обстоятельство проявляется [26] лишь после выполнения сингулярного калибровочного преобразования, предложенного ранее в работе [27] (см. также [28]), когда потенциалы поля записываются [26] в виде функции, пропорциональной дельта-функции Дирака, сосредоточенной в ука-

занной плоскости. Последнее позволяет говорить о мгновенном воздействии такого поля на атом и точно решить [29] уравнение Дирака для атомных электронов в ультрарелятивистском пределе. Кроме того, эффективные напряженности полей, создаваемых высокозарядными ионами, могут достигать значений 10^{11} В/см (для сравнения, характерная атомная напряженность электрического поля имеет порядок $5 \cdot 10^9$ В/см). Дополнительное к этому значительное [26] усиление поля также происходит из-за релятивистского сжатия.

Следует отметить, что непertурбативный учет взаимодействия атомов с импульсами сильного электромагнитного поля длительностью, превышающей характерные атомные периоды времени, часто затруднен и требует применения численных методов. В качестве примера приведем работу [30], в которой рассматривается возбуждение и ионизация атомов гелия короткими импульсами сильного электромагнитного поля длительностью 3.8–15.2 фс (см. также работы [14, 15, 31, 32] и приведенные в них ссылки). Дополнительную трудность вызывает необходимость учета пространственной неоднородности (на размерах атома-мишени) импульса электромагнитного поля, требующая выход за рамки дипольного приближения. К настоящему времени в данном направлении выполнено сравнительно небольшое количество работ (см., например, [33–36] и приведенные там ссылки), в которых проводился учет лишь первой поправки к дипольному приближению.

Во многих практически важных случаях возмущение не является достаточно малым для применения теории возмущений. Однако часто [29, 37–44] встречаются ситуации, когда время действия возмущения значительно меньше характерных атомных периодов времени, что позволяет решать задачу, не ограничивая величину возмущения, и выполнять расчеты аналитически. В рассматриваемых нами ниже случаях характерное атомное время τ_a считается значительно большим длительности ультракоротких импульсов τ . Поэтому общей основой для решения может служить приближение внезапных возмущений [37], не ограничивающее возмущение по величине и требующее для своей применимости лишь выполнение неравенства $\tau/\tau_a \ll 1$.

В настоящей работе рассмотрены возбуждение и ионизация легких (нерелятивистских) атомов при взаимодействии с пространственно-неоднородным ультракоротким импульсом электромагнитного поля, получены вероятности возбуждения и ионизации, а также спектры и сечения переизлучения атомом такого импульса. Развитая методика позволяет

провести точный учет как пространственной неоднородности поля ультракороткого импульса, так и импульсов фотонов в процессах переизлучения.

2. ОБЩАЯ ЧАСТЬ

Часто потенциалы электромагнитных волн — векторный \mathbf{A} и скалярный φ — выбираются так, чтобы скалярный потенциал был равен нулю. В такой калибровке потенциал взаимодействия электрона с внешним электромагнитным полем имеет вид (здесь и везде ниже используются атомные единицы)

$$V(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c}(\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{p}}) + \frac{1}{c^2} \mathbf{A}^2, \quad (1)$$

где $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор импульса электрона, $c = 137$ ат. ед. — скорость света. Будем считать, что векторный потенциал поля волны следующим образом зависит от координат \mathbf{r} и времени t : $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\eta)$, где фаза волны $\eta = \omega_0 t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}$. Здесь волновой вектор \mathbf{k}_0 такой, что $|\mathbf{k}_0| = \omega_0/c$, ω_0 — круговая частота. Проведем калибровочное преобразование

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla f, \quad \varphi' = \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial t},$$

где $f = \mathbf{A} \cdot \mathbf{r}$. В результате

$$\mathbf{A}' = -\mathbf{k}_0 \left(\mathbf{r} \cdot \frac{d\mathbf{A}}{d\eta} \right), \quad \varphi' = -\mathbf{E} \cdot \mathbf{r},$$

где

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -|\mathbf{k}_0| \frac{d\mathbf{A}}{d\eta}.$$

В такой калибровке потенциал взаимодействия электрона с электромагнитным полем $V(\mathbf{r}, t)$ примет вид

$$V(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c}(\hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{A}' + \mathbf{A}' \cdot \hat{\mathbf{p}}) + \frac{1}{c^2} (\mathbf{A}')^2 + \mathbf{E} \cdot \mathbf{r}. \quad (2)$$

Будем считать, что для нерелятивистского электрона справедливы оценки (очевидные, например, для электрона в атоме водорода или в атомах с небольшими, порядка единицы, зарядами ядер) $p \sim 1$ и $r \sim 1$, тогда в выражении (2) можно пренебречь первыми двумя слагаемыми по сравнению с третьим, в результате потенциал взаимодействия электрона с электромагнитным полем примет простой вид

$$V(\mathbf{r}, t) = \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (3)$$

Потенциал взаимодействия атомных электронов с импульсом электромагнитного поля гауссовой формы,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp \left[-\alpha^2 \left(t - \frac{\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}}{\omega_0} \right)^2 \right] \times \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}), \quad (4)$$

запишем в виде

$$V(t) \equiv V(\{\mathbf{r}_a\}, t) = \sum_{a=1}^{a=N} \mathbf{E}(\mathbf{r}_a, t) \cdot \mathbf{r}_a, \quad (5)$$

где $\{\mathbf{r}_a\}$ — совокупность координат атомных электронов ($a = 1, \dots, N$), N — число атомных электронов. Пусть α в формуле (4) принимает такие значения, что $V(t)$ эффективно отличается от нуля только в течение времени $\tau \sim \alpha^{-1}$, много меньшего характерных периодов невозмущенного атома, описываемого гамильтонианом H_0 . Тогда амплитуда перехода атома из начального состояния φ_0 в какое-либо конечное состояние φ_n в результате действия внезапного возмущения $V(t)$ будет иметь вид [38]

$$a_{0n} = \langle \varphi_n | \exp \left(-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t) dt \right) | \varphi_0 \rangle, \quad (6)$$

где φ_0 и φ_n принадлежат полной ортонормированной системе собственных функций невозмущенного гамильтониана H_0 . Выбор возмущения в виде (5), согласно соотношению (6), позволяет выразить вероятности $w_{0n} = |a_{0n}|^2$ через хорошо известные [45, 46] неупругие атомные формфакторы:

$$w_{0n} = |\langle \varphi_n | \exp \left(-i \mathbf{q} \cdot \sum_a \mathbf{r}_a \right) | \varphi_0 \rangle|^2, \quad (7)$$

где

$$\mathbf{q} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \mathbf{E}_0 \exp \left(-\frac{\omega_0^2}{4\alpha^2} \right). \quad (8)$$

Приведенные формулы позволяют легко рассчитать вероятности w_{0n} возбуждения или ионизации атома. Таким образом, вероятности возбуждения и ионизации атома пространственно-неоднородным импульсом оказываются формально такими же, как и вероятности возбуждения и ионизации пространственно-однородным (формула (4) при формальном равенстве $\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r} = 0$) импульсом электромагнитного поля. Для вероятностей переизлучения падающего на атом импульса пространственно-неоднородный и пространственно-однородный случаи приводят к различным результатам.

3. ПЕРЕИЗЛУЧЕНИЕ УЛЬТРАКОРОТКОГО ИМПУЛЬСА АТОМОМ

В приближении внезапных возмущений эволюция начального состояния φ_0 имеет вид

$$\Psi_0(t) = \exp \left[-i \int_{-\infty}^t V(t') dt' \right] \varphi_0, \quad (9)$$

причем $\Psi_0(t) \rightarrow \varphi_0$ при $t \rightarrow -\infty$. Введем полную и ортонормированную систему функций

$$\Phi_n(t) = \exp \left[i \int_t^{\infty} V(t') dt' \right] \varphi_n, \quad (10)$$

причем $\Phi_n(t) \rightarrow \varphi_n$ при $t \rightarrow \infty$. Очевидно, что амплитуду (6) можно переписать в виде

$$a_{0n} = \langle \Phi_n(t) | \Psi_0(t) \rangle. \quad (11)$$

Поэтому амплитуду излучения фотона будем вычислять в первом порядке теории возмущений как поправки к состояниям (9) и (10) по взаимодействию атомных электронов с электромагнитным полем [22]¹⁾:

$$U = - \sum_{a, \mathbf{k}, \sigma} \left(\frac{2\pi}{\omega} \right)^{1/2} \times \\ \times \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} [a_{\mathbf{k}\sigma}^+ \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) + a_{\mathbf{k}\sigma} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a)] \hat{\mathbf{p}}_a. \quad (12)$$

Здесь $a_{\mathbf{k}\sigma}^+$ и $a_{\mathbf{k}\sigma}$ — операторы рождения и уничтожения фотона с частотой ω , импульсом \mathbf{k} и поляризацией σ ($\sigma = 1, 2$), $\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma}$ — единичные векторы поляризации, \mathbf{r}_a — координаты атомных электронов ($a = 1, \dots, N$), $\hat{\mathbf{p}}_a$ — операторы импульса атомных электронов. Тогда амплитуда испускания фотона с одновременным переходом атома из состояния φ_0 в состояние φ_n имеет вид

$$b_{0n}(\omega) = i \left(\frac{2\pi}{\omega} \right)^{1/2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(i\omega t) \langle \Phi_n(t) | \times \\ \times \sum_a \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) \hat{\mathbf{p}}_a | \Psi_0(t) \rangle. \quad (13)$$

Отсюда после интегрирования по частям по времени и опускания членов, исчезающих при исключении (при $t \rightarrow \pm\infty$) взаимодействия с электромагнитным полем, получаем

¹⁾ Внезапное возмущение $V(t)$ учтено в функциях $\Phi_n(t)$ и $\Psi_0(t)$ без ограничений на величину $V(t)$.

$$b_{0n}(\omega) = - \left(\frac{2\pi}{\omega} \right)^{1/2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\exp(i\omega t)}{i\omega} \langle \varphi_n | \times \\ \times \sum_a \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) \frac{\partial V(t)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \\ \times \exp \left[-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t') dt' \right] | \varphi_0 \rangle. \quad (14)$$

Представив элемент интегрирования по импульсу фотона в виде

$$(2\pi)^{-3} d\mathbf{k} = (c2\pi)^{-3} d\Omega_{\mathbf{k}} \omega^2 d\omega$$

и выполнив суммирование $|b_{0n}(\omega)|^2$ по поляризациям, получим соответствующий спектр испускания фотона в единицу телесного угла $d\Omega_{\mathbf{k}}$ с одновременным переходом атома из состояния φ_0 в состояние φ_n :

$$\frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \left| \langle \varphi_n | \sum_a \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \exp \left[-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t') dt' \right] | \varphi_0 \rangle \right|^2. \quad (15)$$

Здесь $\tilde{V}(\omega)$ — фурье-образ функции $V(t)$, определяемый согласно (5):

$$\tilde{V}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) \exp(i\omega t) dt = \\ = \sum_{a=1}^N \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r}_a \exp \left(i \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_a \right) f_0(\omega), \quad (16)$$

$$f_0(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha} \times \\ \times \left\{ \exp \left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\alpha^2} \right] + \exp \left[-\frac{(\omega + \omega_0)^2}{4\alpha^2} \right] \right\}, \quad (17)$$

а векторное произведение

$$\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} = f_0(\omega) \exp \left(-i \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_a \right) \times \\ \times \left(\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n} + i \frac{\omega}{\omega_0} (\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r}_a) [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] \right). \quad (18)$$

Формула (15) описывает спектр излучения фотона с одновременным переходом атома из состояния φ_0 в состояние φ_n , т. е. парциальный спектр. После суммирования (15) по всем конечным состояниям атома φ_n находим полный спектр излучения

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3\omega} \langle \varphi_0 | \sum_{a,a'} \exp[-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_{a'})] \times \\ \times \left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \cdot \left[\frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_{a'}} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_0 \rangle. \quad (19)$$

Таким образом, нами получен полный спектр излучения атома в течение времени действия внезапного возмущения $V(t)$.

В случае одноэлектронного водородоподобного атома формула (19) упрощается и принимает вид

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3\omega} \times \\ \times \langle \varphi_0 | \left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] \cdot \left[\frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_0 \rangle. \quad (20)$$

Выполняя в этой формуле интегрирование по углам вылета фотона $d\Omega_{\mathbf{k}}$, получаем

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{2}{3\pi} \frac{1}{c^3\omega} \langle \varphi_0 | \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}} | \varphi_0 \rangle. \quad (21)$$

Среднее по основному состоянию водородоподобного атома легко вычисляется. В результате полный спектр излучения водородоподобного атома с зарядом ядра Z равен

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{2}{3\pi} \frac{1}{c^3\omega} |f_0(\omega)|^2 \mathbf{E}_0^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{Z^2 c^2} \right). \quad (22)$$

Поскольку спектр (22) пропорционален $|f_0(\omega)|^2$, постольку, согласно (17), атом преимущественно испускает фотоны, принадлежащие непрерывному спектру с характерными частотами $|\omega - \omega_0| \leq 1/\tau$.

Для вычисления полного спектра излучения двухэлектронного гелиеподобного атома в формуле (19) отдельно рассмотрим слагаемые с $a = a'$ и с $a \neq a'$, соответственно представим спектр в виде

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{d^2W_1}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} + \frac{d^2W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega}, \quad (23)$$

где

$$\frac{d^2W_1}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3\omega} \times \\ \times \langle \varphi_0 | \sum_a \left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \cdot \left[\frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_0 \rangle, \quad (24)$$

$$\frac{d^2W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3\omega} \times \\ \times \langle \varphi_0 | \sum_{a,a'(a \neq a')} \exp[-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_{a'})] \times \\ \times \left[\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \cdot \left[\frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_{a'}} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_0 \rangle. \quad (25)$$

В формуле (24) можно в общем виде выполнить интегрирование по углам вылета фотона, в результате

$$\frac{dW_1}{d\omega} = \frac{2}{3\pi} \frac{1}{c^3\omega} \langle \varphi_0 | \sum_a \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \cdot \frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} | \varphi_0 \rangle. \quad (26)$$

Входящее сюда среднее по основному состоянию гелиеподобного атома вычислим, описывая волновую функцию основного состояния в виде произведения одноэлектронных водородоподобных волновых функций с эффективным зарядом Z . В результате

$$\frac{dW_1}{d\omega} = 2 \frac{2}{3\pi} \frac{1}{c^3\omega} |f_0(\omega)|^2 \mathbf{E}_0^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{Z^2 c^2} \right). \quad (27)$$

Сравнивая выражения (27) с (22), приходим к выводу, что эта часть спектра излучения двухэлектронного атома соответствует некогерентному излучению двух электронов, поскольку формула (27) может быть получена из (22) умножением на число слагаемых в формуле (26), равное в данном случае числу излучающих электронов $N = 2$. Часть спектра, представленная формулой (25), содержит $N(N-1) = N^2 - N$ слагаемых и соответствует смешанному (когерентному и некогерентному) характеру излучения.

В формуле (25) провести интегрирование по углам вылета фотона в общем виде затруднительно, поэтому, используя (18), представим ее в виде

$$\frac{d^2W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3\omega} |f_0(\omega)|^2 \times \\ \times \langle \varphi_0 | \sum_{a,a'(a \neq a')} \exp[-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_{a'})] \left\{ [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}]^2 + \right. \\ \left. + i \frac{\omega}{\omega_0} ([\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}] \cdot [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}]) \mathbf{E}_0 \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_{a'}) + \right. \\ \left. + (\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r}_a)(\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r}_{a'}) \frac{\omega^2}{\omega_0^2} [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}]^2 \right\} | \varphi_0 \rangle. \quad (28)$$

Входящее сюда среднее по основному состоянию атома гелия легко вычисляется, в результате

$$\frac{d^2W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{2}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3\omega} |f_0(\omega)|^2 \times \\ \times \left[\frac{16Z^4}{4Z^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0\omega/\omega_0)^2} \right]^2 \left\{ [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}]^2 - \right. \\ \left. - \frac{\omega}{\omega_0} [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}] \cdot [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] \frac{8\mathbf{E}_0 \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0\omega/\omega_0)}{4Z^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0\omega/\omega_0)^2} + \right. \\ \left. + \left[\frac{4\mathbf{E}_0 \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0\omega/\omega_0)}{4Z^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{k}_0\omega/\omega_0)^2} \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{n} \right]^2 \right\}. \quad (29)$$

Теперь мы можем выполнить интегрирование по углам вылета фотона, выбирая ось z направленной по вектору \mathbf{k}_0 , тогда

$$\begin{aligned} \frac{dW_2}{d\omega} &= \frac{1}{2\pi} \frac{1}{c^3\omega} |f_0(\omega)|^2 \times \\ &\times \mathbf{E}_0^2 \int_{-1}^1 dx \left[\frac{16Z^4}{(4Z^2 + 2\omega^2 c^{-2}(1+x))^2} \right]^2 \times \\ &\times \left[1 + x^2 + \frac{8\omega^2 c^{-2}(1-x^2)x}{4Z^2 + 2\omega^2 c^{-2}(1+x)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{16\omega^4 c^{-4}(1-x^2)^2}{(4Z^2 + 2\omega^2 c^{-2}(1+x))^2} \right]. \end{aligned} \quad (30)$$

Входящий в правую часть формулы (30) интеграл по dx обозначим через $I(\alpha)$, где $\alpha = \omega^2/2c^2Z^2$. Его вычисление элементарно, но громоздко, и в результате может быть получено следующее выражение:

$$\begin{aligned} I(\alpha) &= \frac{2 - 2\alpha + 8\alpha^2}{15\alpha^3} - \\ &- \frac{2 + 18\alpha + 68\alpha^2 + 120\alpha^3 + 80\alpha^4}{15\alpha^3(1+2\alpha)^5}. \end{aligned} \quad (31)$$

Согласно соотношению (23), полный спектр представляется в виде

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{dW_1}{d\omega} + \frac{dW_2}{d\omega}, \quad (32)$$

где $dW_1/d\omega$ выражается с помощью формулы (27), а

$$\frac{dW_2}{d\omega} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{c^3\omega} |f_0(\omega)|^2 \mathbf{E}_0^2 I(\alpha). \quad (33)$$

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, нами вычислены полные спектры переизлучения ультракороткого импульса электромагнитного поля водородоподобными и гелиеподобными атомами. При этом мы смогли точно учесть как пространственную неоднородность поля импульса на размерах атома, так и импульсы испускаемых фотонов. Используя выражения (27), (33) и введя число N электронов в атоме, представим формулу (32) для полного спектра $dW/d\omega$ в виде

$$\begin{aligned} \frac{dW}{d\omega} &= \frac{2}{3\pi} \frac{1}{c^3\omega} |f_0(\omega)|^2 \times \\ &\times \mathbf{E}_0^2 \left[N \left(1 + \frac{\omega^2}{c^2 Z^2} \right) + N(N-1) \frac{3}{8} I(\alpha) \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

Такая форма записи выражения для спектра представляется удобной, поскольку формула (34) при

$N = 1$ совпадает с (22) и тем самым описывает спектр излучения водородоподобного атома с эффективным зарядом ядра Z , а при $N = 2$ — спектр излучения гелиеподобного атома. Для атомов с произвольным числом электронов ($N \geq 2$) формула (34) в соответствии с рассуждениями, приведенными после формулы (27), может служить основой для качественного описания и оценок зависимости спектра переизлучения пространственно-неоднородного импульса от числа атомных электронов. Спектр (34) переизлучения пространственно-неоднородного импульса состоит из некогерентной (пропорциональной N) и когерентной (пропорциональной N^2) частей. Причем, поскольку $I(\alpha) \rightarrow 8/3$ при $\omega \rightarrow 0$, в области низких частот (когда $\omega^2/Z^2c^2 \ll 1$) спектр переизлучения прямо пропорционален N^2 и имеет когерентный характер. Очевидно, случай низких частот соответствует когерентному характеру процесса переизлучения многоэлектронными атомами пространственно-однородного импульса, тогда как в области высоких частот (когда $\omega^2/Z^2c^2 \gg 1$ и $I(\alpha) \rightarrow 0$) спектр пропорционален N и имеет некогерентный характер.

Для получения сечений переизлучения импульса, согласно работе [25], необходимо спектры, определяемые формулами (19) и (34), умножить на ω и разделить на поток энергии I , выражаемый через интеграл по времени от абсолютной величины вектора Пойнтинга $S(t) = c(4\pi)^{-1}\mathbf{E}^2$,

$$\begin{aligned} I &= \int_{-\infty}^{\infty} dt S(t) = \\ &= \frac{c}{4\pi} \mathbf{E}_0^2 \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}\alpha} \left[\exp\left(-\frac{\omega_0^2}{2\alpha^2}\right) + 1 \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Российской Федерации (грант № E02-3.2-512) и РФФИ (грант № 01-02-17047).

ЛИТЕРАТУРА

1. G. A. Mourou, Ch. P. J. Barty, and M. D. Perry, Phys. Today **51**, 22 (1998).
2. T. Brabec and F. Krausz, Rev. Mod. Phys. **72**, 545 (2000).
3. N. Zhavoronkov and G. Korn, Phys. Rev. Lett. **88**, 203901 (2002).

4. E. Hertz, N. A. Papadogiannis, G. Nersisyan et al., *Phys. Rev. A* **64**, 051801 (2001).
5. V. I. Usachenko and V. A. Pazdersky, *J. Phys. B* **35**, 761 (2002).
6. K. Mishima, M. Hayashi, J. Yi et al., *Phys. Rev. A* **66**, 033401 (2002).
7. S. Basile, F. Trombetta, G. Ferrante et al., *Phys. Rev. A* **37**, 1050 (1988).
8. C. Leone, S. Bivona, R. Burlon et al., *Phys. Rev. A* **40**, 1828 (1989).
9. L. Rosenberg and F. Zhou, *Phys. Rev. A* **46**, 7093 (1992).
10. H. S. Reiss and V. P. Krainov, *Phys. Rev. A* **50**, R910 (1994).
11. G. Duchateau, E. Cormier, and R. Gayet, *Phys. Rev. A* **66**, 023412 (2002).
12. N. Milosevic, V. P. Krainov, and T. Brabec, *J. Phys. B* **35**, 3515 (2002).
13. H. K. Avetissian, A. G. Markossian, and G. F. Mkrtchian, *Phys. Rev. A* **64**, 053404 (2001).
14. A. D. Kondorskiy and L. P. Presnyakov, *J. Phys. B* **34**, L663 (2001).
15. J. B. West, *J. Phys. B* **34**, R45 (2001).
16. S. E. Harris and A. V. Sokolov, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2894 (1998).
17. I. P. Christov, M. M. Murnane, and H. C. Kapteyn, *Opt. Comm.* **148**, 75 (1998).
18. A. V. Sokolov, D. D. Yavuz, and S. E. Harris, *Opt. Lett.* **24**, 557 (1999).
19. A. E. Kaplan and P. L. Shkolnikov, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 074801 (2002).
20. R. Moshhammer, W. Schmitt, J. Ullrich et al., *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3621 (1997).
21. A. V. Selin, A. M. Ermolaev, and C. J. Joachain, *Phys. Rev. A* **67**, 012709 (2003).
22. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).
23. C. A. Bertulani and G. Baur, *Phys. Rep.* **163**, 209 (1998).
24. J. Eichler and W. E. Meyrhof, *Relativistic Atomic Collisions*, Academ. Press Inc., New York (1995).
25. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Наука, Москва (1988).
26. A. J. Baltz, *Phys. Rev. A* **52**, 4970 (1995).
27. N. Toshima and J. Eichler, *Phys. Rev. A* **42**, 3896 (1990).
28. В. И. Матвеев, М. М. Мусаханов, *ЖЭТФ* **105**, 280 (1994).
29. A. J. Baltz, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1231 (1997).
30. A. Scrinzi and B. Piraux, *Phys. Rev. A* **56**, R13 (1997).
31. J. Bauer, J. Plucinski, B. Piraux et al., *J. Phys. B* **34**, 2245 (2001).
32. G. Lagmago Kamta, T. Grosjes, B. Piraux et al., *J. Phys. B* **34**, 857 (2001).
33. C. C. Chirilă, N. J. Kylstra, R. M. Potvliege et al., *Phys. Rev. A* **66**, 063411 (2002).
34. M. W. Walser, C. H. Keitel, A. Scrinzi et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5082 (2000).
35. D. B. Miločević, S. Hu, and W. Becker, *Phys. Rev. A* **63**, 011403(R) (2001).
36. N. J. Kylstra, R. M. Potvliege, and C. J. Joachain, *J. Phys. B* **34**, L55 (2001).
37. А. М. Дыхне, Г. Л. Юдин, *УФН* **125**, 377 (1978).
38. В. И. Матвеев, Э. С. Парилис, *УФН* **138**, 583 (1982).
39. J. Eichler, *Phys. Rev. A* **15**, 1856 (1997).
40. Г. Л. Юдин, *ЖЭТФ* **80**, 1026 (1981).
41. В. И. Матвеев, *ЭЧАЯ* **26**, 780 (1995).
42. И. С. Персиваль, в кн. *Атомы в астрофизике*, под ред. Ф. Г. Берка, В. Б. Эйспера, Д. Г. Хаммера, И. С. Персиваля, Мир, Москва (1998), с. 87.
43. В. И. Матвеев, *ЖЭТФ* **121**, 260 (2002).
44. А. Б. Мигдал, *Качественные методы в квантовой теории*, Наука, Москва (1975).
45. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, Наука, Москва (1989).
46. A. R. Holt, *J. Phys. B* **2** 1209 (1969).